

# 3<sup>e</sup> AC MATH

# L'ESSENTIEL DU COURS

Elaboré par  
Gargouri Hamadi

## Physique Chimie



## SOMMAIRE

### CHIMIE

	Page
Chapitre 1 : Cinétique chimique	4 - 6
Chapitre 2 : Estérification	7 - 8
Chapitre 3 : Loi d'action de masse.	9 -11
Chapitre 5 : Loi d'action de masse : Cas des acides et des bases	11-12
Chapitre 6 : pH des solutions aqueuses	12-17
Chapitre 7 : Variation du pH des solutions aqueuses	18-20
Chapitre 8 : Pile électrochimique	20-22

### PHYSIQUE :

	Page
Chapitre 1 : Le Condensateur, Le dipôle RC	23-25
Chapitre 2 : La Bobine, Le dipôle RL	26-30
Chapitre 3 : Les Oscillations électriques libres amorties et non amorties	31-33
Chapitre 4 : Les Oscillations forcées en régime sinusoïdales.	34-36
Chapitre 5 : Les Oscillations libres d'un pendule élastique	37-39
Chapitre 6 : Les Oscillations mécaniques forcées en régime Sinusoïdal	40-43
Chapitre 7 : Propagation d'un ébranlement, Onde	44-46
Chapitre 8 : Interaction onde-matière : Diffraction, Réflexion, Réfraction Dispersion	47-50
Chapitre 9 : Le spectre atomique	51-52
Chapitre 10 : Les Réactions Nucléaires	53-54

# CHIMIE



## La cinétique chimique

Une transformation chimique peut être quantitativement suivie à l'aide de courbes traduisant l'évolution, dans le temps, de la quantité de matière d'une espèce du système.

Cela permet de mesurer la vitesse instantanée de la réaction et le temps de demi-réaction.

L'étude de l'évolution temporelle des systèmes chimiques constitue la cinétique chimique.

### Avancement d'une réaction chimique

Tableau (d'avancement) d'évolution de la réaction :

Equation chimique		$aA + bB \longrightarrow cC + dD$			
Etat du système	Avancement	Quantité de matière en mol			
Etat initial	0	$n(A)_i$	$n(B)_i$	0	0
En cours de transformation	X	$n(A)_i - a.x$	$n(B)_i - b.x$	c.x	d.x
Etat final	$x_f$	$n(A)_i - a.x_f$	$n(B)_i - b.x_f$	c.x_f	d.x_f

L'avancement d'une réaction, noté  $x$ , est le nombre de fois que la réaction a marché depuis l'état initial.

L'avancement  $x$  d'une réaction est une grandeur qui s'exprime en mole.

$$x = \frac{n_i(A) - n(A)}{a} = \frac{n_i(B) - n(B)}{b} = \frac{n(C)}{c} = \frac{n(D)}{d}$$

L'avancement  $x$  est une grandeur qui permet de suivre l'évolution des quantités de matière des entités chimiques présentes à chaque instant dans un système.

Si **A** est le réactif limitant  $x_f = \frac{n_i(A)}{a}$

Si **B** est le réactif limitant  $x_f = \frac{n_i(B)}{b}$

### Vitesse de la réaction

La vitesse moyenne d'une réaction chimique entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$  noté  $V_{moy}(t_1, t_2)$  est une grandeur qui renseigne sur la variation de son avancement  $x$ , dans l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  par unité de temps.

Elle est modélisée par  $V_{moy}(t_1, t_2) = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

La vitesse instantanée d'une réaction chimique à un instant de date  $t_1$  noté  $V(t_1)$  est la limite vers laquelle tend la vitesse moyenne de la réaction entre les instants de date  $t_1$  et  $t_2$  lorsque  $t_2$  tend vers  $t_1$ .

Elle est modélisée par  $v(t_1) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} v_{\text{moy}}(t_1, t_2) = \lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$

C'est la dérivée par rapport au temps de l'avancement de la réaction  $x$ .

$$v(t_1) = \left( \frac{dx}{dt} \right)_{t=t_1} \text{ en mol.s}^{-1}.$$

On définit la vitesse volumique de réaction  $v(t)$  à l'instant  $t$

$v = \frac{1}{v_{\text{milieu}}} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt}$  avec  $y = \frac{x}{V_{\text{milieu}}}$  en  $\text{mol L}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$  avec  $v_{\text{milieu}}$  est le volume du milieu réactionnel.

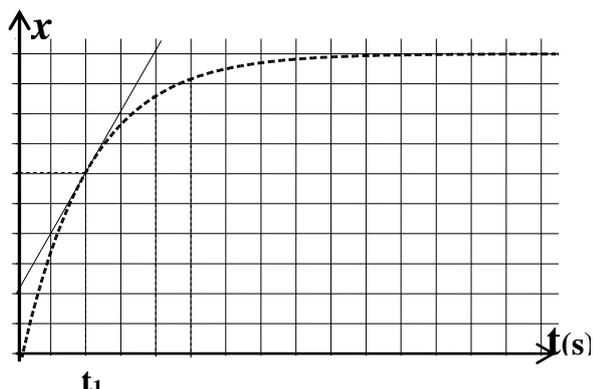
On a :  $V(t) = V(t) = \left( \frac{dx}{dt} \right)$

d'où :  $V(t) = -\frac{1}{a} \frac{dn(A)}{dt} = -\frac{1}{b} \frac{dn(B)}{dt} = \frac{1}{c} \frac{dn(C)}{dt} = \frac{1}{d} \frac{dn(D)}{dt}$

D'où :  $V_v(t) = \frac{1}{V_{\text{milieu}}} v(t) = -\frac{1}{a} \frac{d[A]}{dt} = -\frac{1}{b} \frac{d[B]}{dt} = \frac{1}{c} \frac{d[C]}{dt} = \frac{1}{d} \frac{d[D]}{dt}$

### Détermination graphique : méthode des tangentes

On trace la tangente à la courbe en un point d'abscisse  $t_1$ . La valeur de la pente de la tangente donne celle de la vitesse de la réaction à l'instant  $t_1$ , notée  $v(t_1)$ .



### Evolution de la vitesse en fonction de temps

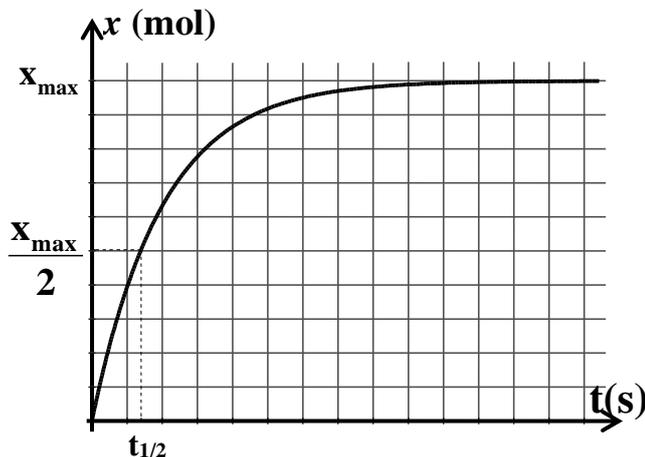
Dans le cas général la vitesse d'une réaction est maximale à  $t = 0s$  décroît ensuite puis s'annule lorsque la réaction est terminée.

La vitesse de la transformation est la plus élevée lorsque les concentrations des réactifs sont les plus grandes.

### Temps de demi-réaction

Le temps de demi-réaction, noté  $t_{1/2}$  est le temps au bout duquel l'avancement de la réaction  $x$  atteint la moitié de sa valeur maximale:

À  $t = t_{1/2}$  alors  $x = \frac{x_{\text{max}}}{2}$



### *Intérêt*

Le temps de demi-réaction permet d'évaluer la durée de la transformation.

## *Les facteurs cinétiques*

- **Concentration des réactifs** : La vitesse augmente quand on augmente la concentration des réactifs.
- **Température** : La vitesse augmente quand on élève la température.
- **Catalyseur** : Un catalyseur est une entité chimique capable en faibles proportions d'accélérer une réaction sans être consommé par les réactifs et sans changé la limite.

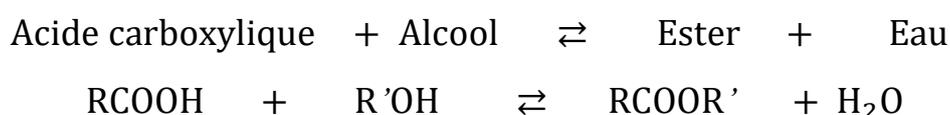


## Estérification-Hydrolyse

### Estérification-Hydrolyse

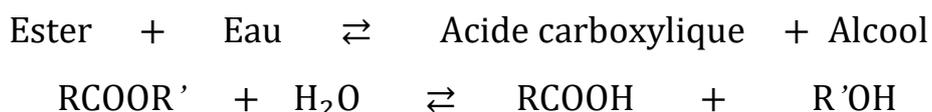
#### ➤ Estérification :

Une estérification est une réaction entre un alcool et un acide, elle conduit à la formation d'un ester et de l'eau.



#### ➤ Hydrolyse :

Une hydrolyse est une réaction entre un ester et de l'eau. Elle conduit à un acide et un alcool.



Les réactions d'estérification et d'hydrolyse sont des réactions lentes, athermiques et limitées.

### Equilibre estérification-hydrolyse

L'estérification et l'hydrolyse sont deux transformations chimiques l'une inverse de l'autre et elles se produisent simultanément et se limitent mutuellement. Elles aboutissent à un équilibre chimique dynamique.

#### ➤ Constante d'équilibre relative à l'estérification :

Soit la réaction :



La fonction des concentrations s'écrit :  $\prod = \frac{[\text{ester}].[\text{eau}]}{[\text{acide}].[\text{alcool}]}$

À l'équilibre, la constante d'équilibre s'écrit :

$$K = \prod_{\text{éq}} = \frac{[\text{ester}]_{\text{éq}}.[\text{eau}]_{\text{éq}}}{[\text{acide}]_{\text{éq}}.[\text{alcool}]_{\text{éq}}}$$

#### ➤ Constante d'équilibre relative à l'hydrolyse :

Soit la réaction :



La fonction des concentrations s'écrit :  $\Pi = \frac{[\text{acide}].[\text{alcool}]}{[\text{ester}].[\text{eau}]}$

À l'équilibre, la constante d'équilibre s'écrit :  $K' = \Pi_{\text{éq}} = \frac{[\text{acide}]_{\text{éq}}.[\text{alcool}]_{\text{éq}}}{[\text{ester}]_{\text{éq}}.[\text{eau}]_{\text{éq}}} = \frac{1}{K}$

### Remarque :

- Pour un mélange initial équimolaire en acide et alcool le taux d'avancement final de la réaction d'estérification ne dépend que de la classe de l'alcool :

Pour un alcool primaire :  $\tau_f \approx 0,67 \rightarrow K=4$ .

Pour un alcool secondaire :  $\tau_f \approx 0,60 \rightarrow K=2,25$ .

Pour un alcool tertiaire :  $\tau_f \approx 0,05$ .

- Les réactions d'estérification et d'hydrolyse étant athermiques, les constantes d'équilibre ne dépendent pas de la température, elles ne dépendent que de la classe de l'alcool.

### Condition d'évolution spontanée

Pour la réaction d'estérification :

- Si  $\Pi < K$ : La réaction qui se produit spontanément est celle qui fait augmenter  $\Pi$ , c'est-à-dire le sens directe (sens d'estérification).

- Si  $\Pi > K$ : La réaction qui se produit spontanément est celle qui fait diminuer  $\Pi$ , c'est-à-dire le sens inverse (sens hydrolyse).

- Si  $\Pi = K$ : Le système est à l'équilibre chimique.



## Equilibre chimique Loi d'action de masse

### Avancement maximal d'une réaction

➤ **Définition :**

L'avancement maximale d'une réaction chimique, noté  $x_{max}$  est la valeur de son avancement final  $x_f$  si le système chimique où elle se déroule évolue jusqu'à la disparition du réactif limitant.

➤ **Détermination de  $x_{max}$  :**

On considère un système chimique siège d'une transformation chimique modélisé par la réaction :



➤ **Le tableau descriptif d'évolution du système :**

Equation de la réaction		$aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$			
Etat du système	Avancement (mol)	Quantité de matière (mol)			
<b>Initial</b>	<b>0</b>	$n(A)_0$	$n(B)_0$	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>Intermédiaire</b>	<b>X</b>	$n(A)_0 - ax$	$n(B)_0 - bx$	<b>cx</b>	<b>dx</b>
<b>final</b>	$x_f$	$n(A)_0 - ax_f$	$n(B)_0 - bx_f$	$cx_f$	$dx_f$

Pour déterminer  $x_{max}$  on suppose que la réaction est totale

- Dans le cas où A est le réactif limitant :

$$x_f = x_{max} \Rightarrow n(A)_0 - ax_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n(A)_0}{a} \text{ (mol)}$$

- Dans le cas où B est le réactif limitant :

$$x_f = x_{max} \Rightarrow n(B)_0 - bx_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = \frac{n(B)_0}{b} \text{ (mol)}$$

### Réactions totales et réactions limitées

➤ **Taux d'avancement final d'une réaction chimique :**

Le taux d'avancement final, noté  $\tau_f$ , d'une réaction chimique est égal au quotient de son avancement final  $x_f$  par son avancement maximal

$$x_{max}: \tau_f = \frac{x_f}{x_{max}} \text{ (sans unité)}$$

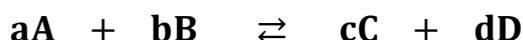
➤ **Réaction totale- Réaction limitée :**

Si  $x_f = x_{max} \Rightarrow \tau_f = 1$  : La réaction est dite totale

Si  $x_f < x_{max} \Rightarrow \tau_f < 1$  : La réaction est dite limitée

## Equilibre chimique

Pour les réactions limitées on définit l'équilibre chimique



### ➤ Définition :

Un système est dit en état d'équilibre chimique si, en dehors de toute intervention de l'extérieur, les réactifs et les produits de la réaction sont présents dans le système et leurs quantités de matière ne changent pas en cours du temps.

Un équilibre chimique est un équilibre dynamique, à l'échelle microscopique la réaction directe et la réaction inverse se déroulent avec des vitesses égales.

## Fonction des concentrations

Pour l'équilibre chimique :  $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$

Où les réactifs et les produits sont dissous en solution liquide, on définit la fonction des concentrations  $\Pi$  par :  $\Pi = \frac{[C]^c \cdot [D]^d}{[A]^a \cdot [B]^b}$

### ➤ Remarque :

- La concentration de l'eau  $[H_2O]$  ne doit pas figurer dans la fonction des concentrations // si l'eau est utilisée comme un solvant.
- La fonction des concentrations  $\pi$  peut prendre n'importe quelle valeur comprise entre zéro et l'infini.

## Loi d'action de masse

### ➤ Enoncé :

Pour un système chimique en équilibre la fonction des concentrations  $\Pi$  prend une valeur constante, appelée constante d'équilibre et notée  $K$ , qui ne dépend que de la température.

$$K = \Pi_{\text{éq}} = \frac{[C]_{\text{éq}}^c \cdot [D]_{\text{éq}}^d}{[A]_{\text{éq}}^a \cdot [B]_{\text{éq}}^b}$$

### ➤ Remarque :

- Si  $K$  est très grande, on peut considérer que la réaction est pratiquement totale et son taux d'avancement final est pratiquement égal à l'unité ( $\tau_f \approx 1$ )
- Si  $K$  est faible, on peut considérer que la réaction est limitée et son taux d'avancement final est inférieur à l'unité ( $\tau_f < 1$ )

## Conditions d'évolution spontanée

➤ Pour un système chimique quelconque, la réaction possible spontanément et celle qui rapproche les valeurs  $\Pi$  à celle de  $K$ .

➤ Pour l'équilibre chimique :  $aA + bB \rightleftharpoons cC + dD$

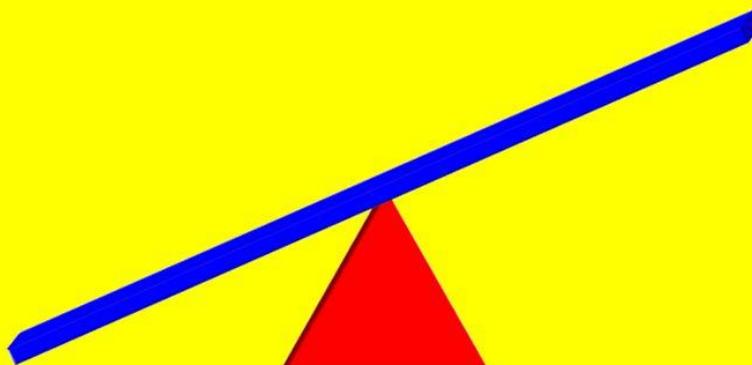
On calcule la valeur initiale de  $\Pi$  et on la compare à celle de  $K$ .

- Si  $\Pi < K$  : la réaction qui se produit spontanément est celle qui fait augmenter  $\Pi$ , c'est-à-dire le sens directe.

- Si  $\Pi > K$  : la réaction qui se produit spontanément est celle qui fait diminuer  $\Pi$ , c'est-à-dire le sens inverse.

- Si  $\Pi = K$  : le système est à l'équilibre chimique.

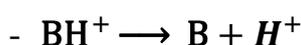
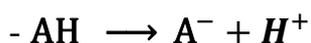
# Équilibre chimique



## Les acides et les bases

### Définition des acides AH et BH<sup>+</sup> selon Brönsted

- Un acide est une entité chimique capable de libérer l'ion H<sup>+</sup>



- Couple acide/base : AH/A<sup>-</sup> ; BH<sup>+</sup>/B

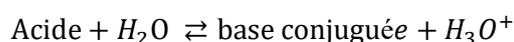
- Réaction d'ionisation d'un acide dans l'eau

### Acide fort :



Exemple : HCl, HNO<sub>3</sub> (acide nitrique)

### Acide faible :



Exemple : Les acides carboxyliques RCOOH, NH<sub>4</sub><sup>+</sup>

- constante d'acidité :

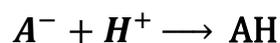
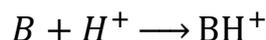
$$K_a = \frac{[\text{base}][H_3O^+]}{[\text{acide}]}$$

$$pK_a = -\log K_a \Rightarrow K_a = 10^{-pK_a}$$

\* Un acide est d'autant plus fort que la valeur de son K<sub>a</sub> est grande et que son pK<sub>a</sub> est faible.

### Définition des bases B, A<sup>-</sup> selon Brönsted

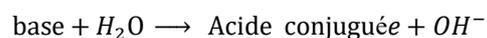
- Une base est une entité chimique capable de capter l'ion H<sup>+</sup>



- Couple acide/base ; BH<sup>+</sup>/B ; AH/A<sup>-</sup>

- Réaction d'ionisation d'une base dans l'eau.

### Base forte :



Exemple : KOH, NaOH

### Base faible :



Exemple : l'ammoniac NH<sub>3</sub>, les amines RNH<sub>2</sub>, RCOO<sup>-</sup>

### Constante de basicité :

$$K_b = \frac{[\text{Acide conjugué}][OH^-]}{[\text{Base}]}$$

$$pK_b = -\log K_b \Rightarrow K_b = 10^{-pK_b}$$

\* Une base est d'autant plus forte que la valeur de son K<sub>b</sub> est grande et que son pK<sub>b</sub> est faible.

### Relation entre K<sub>a</sub> et K<sub>b</sub> pour un couple acide-base :

$$K_a \cdot K_b = K_e \Rightarrow pK_a + pK_b = pK_e ; \text{à } 25^\circ\text{C } K_e = 10^{-14} \text{ et } pK_e = 14$$

\* Un acide est fort sa base conjugué est inerte.

\* Un acide est faible sa base conjugué est faible  $-1,75 < pK_a < 15,75$

\* Plus **ka** est grande plus **Kb** est faible  $\Rightarrow$  plus l'acide est plus fort plus sa base conjuguée est plus faible.

### Réaction acido-basique :

Une réaction acido-basique est une réaction au cours de laquelle il y a transfert d'ion  $H^+$  elle met en jeu deux couples acide/base  $\frac{A_1}{B_1}; \frac{A_2}{B_2}$  :

$$K_{a1} = \frac{[B_1].[H_3O^+]}{[A_1]} \quad \text{et} \quad K_{a2} = \frac{[B_2].[H_3O^+]}{[A_2]}$$

\* Equation de la réaction :  $A_1 + B_2 \rightleftharpoons A_2 + B_1$

$$K = \frac{[A_2].[B_1]}{[A_1].[B_2]} = \frac{K_{a1}}{K_{a2}} = \frac{K_{b2}}{K_{b1}} = 10^{pK_{a2}-pK_{a1}} = 10^{pK_{b1}-pK_{b2}}$$

\* Si  $K < 1 \Rightarrow A_1$  est un acide plus faible que  $A_2$   
 $B_2$  est une base plus faible que  $B_1$

\* Si  $K > 1 \Rightarrow A_1$  est un acide plus fort que  $A_2$   
 $B_2$  est une base plus forte que  $B_1$

**\* Acide :**

		$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$			
Etat du système	Avancement				
Etat initial	0	CV		0	0
Etat d'équilibre	$x_{eq}$	$CV - x_{eq}$		$x_{eq}$	$x_{eq}$

Le taux final :  $\tau_f = \frac{x_{eq}}{x_{max}} = \frac{x_{eq}}{CV} = \frac{[H_3O^+]}{C}$   
 $pH = -\log[H_3O^+]$   
 $\Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} = \frac{x_{eq}}{V}$

\* Si  $\tau_f = 1 \Rightarrow$  l'acide est fort  
 $[H_3O^+] = C$

\* Si  $\tau_f < 1 \Rightarrow$  l'acide est faible  
 $[H_3O^+] < C$

**\* Base :**

		$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$			
Etat du système	Avancement				
Etat initial	0	CV		0	0
Etat d'équilibre	$x_{eq}$	$CV - x_{eq}$		$x_{eq}$	$x_{eq}$

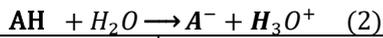
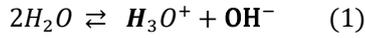
Le taux final :  $\tau_f = \frac{x_{eq}}{CV} = \frac{[OH^-]}{C}$   
 $[H_3O^+] = 10^{-pH}$   
 $\Rightarrow [OH^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = 10^{-pH-pK_e}$

\* Si  $\tau_f = 1 \Rightarrow$  base forte  
 $[OH^-] = C$

\* Si  $\tau_f < 1 \Rightarrow$  base faible  
 $[OH^-] < C$

## pH des solutions aqueuses

**Acide fort :**  $AH \left\{ \begin{array}{l} C \\ pH \end{array} \right.$



		$AH + H_2O \rightarrow A^- + H_3O^+$			
Etat du système	Avancement Volumique				
Etat initial	0	C		0	$10^{-\frac{pK_e}{2}}$
Etat d'équilibre	$y_f$	$C - y_f$		$y_f$	$[H_3O^+] = 10^{-\frac{pK_e}{2}}$

• **Approximation :**

$$[H_3O^+] = [H_3O^+]_{(1)} + [H_3O^+]_{(2)}$$

$$[H_3O^+] = [OH^-] + [A^-]$$

**pH < 6 :** On néglige  $[OH^-]$  devant  $[H_3O^+]$ .

$$\text{Donc } [A^-] = [H_3O^+]$$

$$= y_{fin} \cdot \text{L'acide est fort}$$

$$\Rightarrow C - y_{fin} = 0$$

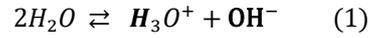
$$\Rightarrow C = y_{fin} = [H_3O^+]$$

$$\Rightarrow pH = -\log[H_3O^+] \Rightarrow pH = -\log C$$

**Conclusion :**

$$\text{Acide fort} \left\{ \begin{array}{l} pH = -\log[H_3O^+] \\ C = [H_3O^+] = 10^{-pH} \\ \tau_f = 1 \end{array} \right.$$

**Base forte :**  $B \left\{ \begin{array}{l} C \\ pH \end{array} \right.$



		$B + H_2O \rightarrow BH^+ + OH^-$			
Etat du système	Avancement volumique				
Etat initial	0	C		0	$10^{-\frac{pK_e}{2}}$
Etat d'équilibre	$y_{eq}$	$C - y_f$		$y_f$	$[OH^-] = 10^{pH-pK_e}$

• **Approximation :**

$$[OH^-] = [OH^-]_{(1)} + [OH^-]_{(2)}$$

$$[OH^-] = [H_3O^+] + [BH^+]$$

**pH > 8 :** On néglige  $[H_3O^+]$  devant  $[OH^-]$ .

$$\text{Donc } [BH^+] = [OH^-] = y_{fin}$$

$$\bullet \text{ La base est forte } \Rightarrow C - y_{fin} = 0$$

$$\Rightarrow C = y_{fin} = [OH^-]$$

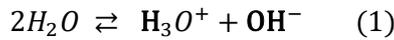
$$\Rightarrow [OH^-] = 10^{pH-pK_e} = C$$

$$\Rightarrow pH = pK_e + \log C$$

**Conclusion :**

$$\text{Base forte} \left\{ \begin{array}{l} pH = pK_e + \log C \\ C = [OH^-] = 10^{pH-pK_e} \\ \tau_f = 1 \end{array} \right.$$

**Acide faible :**  $AH \begin{cases} C \\ pH \\ pKa_{\left(\frac{AH}{A^-}\right)} \end{cases}$



		$AH + H_2O \rightleftharpoons A^- + H_3O^+$			
Etat du système	Avancement Volumique				
Etat initial	0	C		0	$10^{-\frac{pke}{2}}$
Etat d'équilibre	$x_r$	$C - y_r$	-	$y_r$	$\frac{[H_3O^+]}{= 10^{-pH}}$

• **1<sup>ère</sup> Approximation :**

$$[H_3O^+] = [H_3O^+]_{(1)} + [H_3O^+]_{(2)}$$

$$[H_3O^+] = [OH^-] + [A^-]$$

**pH**

< 6 : On néglige  $[OH^-]$  devant  $[H_3O^+]$ .

$$\text{Donc } [A^-] = [H_3O^+] = y_{fin}$$

$$\bullet \tau_f = \frac{y_{fin}}{C} = \frac{[H_3O^+]}{C} < 1 \Rightarrow [H_3O^+] = C \cdot \tau_f$$

• **Loi d'action de masse:**

$$K_a = \frac{[A^-] \cdot [H_3O^+]}{[AH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]} = \frac{C \tau_f^2}{(1 - \tau_f)}$$

-----  
**2<sup>ème</sup> Approx**

$$C - [H_3O^+] = C$$

$$\tau_f < 0,05 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  On néglige  $\tau_f$

$$K_a = \frac{[H_3O^+]}{C}$$

$$\Rightarrow [H_3O^+]^2 =$$

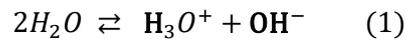
$$\Rightarrow 10^{-2pH} =$$

$$\Rightarrow pH = \frac{1}{2}(pKa$$

$$pH = \frac{1}{2}(pKa - \log C)$$

Essentielle du c

**Base faible :**  $B \begin{cases} C \\ pH \\ pKa_{\left(\frac{BH^+}{B}\right)} \end{cases}$



		$B + H_2O \rightleftharpoons BH^+ + OH^-$			
Etat du système	Avancement Volumique				
Etat initial	0	C		0	$10^{-\frac{pke}{2}}$
Etat d'équilibre	$x_r$	$C - y_r$		$y_r$	$\frac{[OH^-]}{= 10^{pH - pke}}$

• **1<sup>ère</sup> Approximation :**

$$[OH^-] = [OH^-]_{(1)} + [OH^-]_{(2)}$$

$$[OH^-] = [H_3O^+] + [BH^+]$$

**pH**

> 8 : On néglige  $[H_3O^+]$  devant  $[OH^-]$ .

$$\text{Donc } [BH^+] = [OH^-] = y_{fin} \cdot \tau_f = \frac{y_{fin}}{C}$$

$$= \frac{[OH^-]}{C} < 1 \Rightarrow [OH^-]$$

$$= C \cdot \tau_f$$

• **Loi d'action de masse:**

$$K_b = \frac{[BH^+] \cdot [OH^-]}{[B]} = \frac{[OH^-]^2}{C - [OH^-]} = \frac{C \tau_f^2}{(1 - \tau_f)}$$

$$[H^+] = C(1 - \tau_f)$$

faiblement ionisée

$$\text{donc } [B] = C$$

$$10^{-2pH - pke}$$

$$\frac{C}{C} = C \tau_f^2$$

$$C \Rightarrow 2pH - 2pKe$$

$$C)$$

$$\log(K_b \cdot C)$$

$$= \log C + \log C)$$

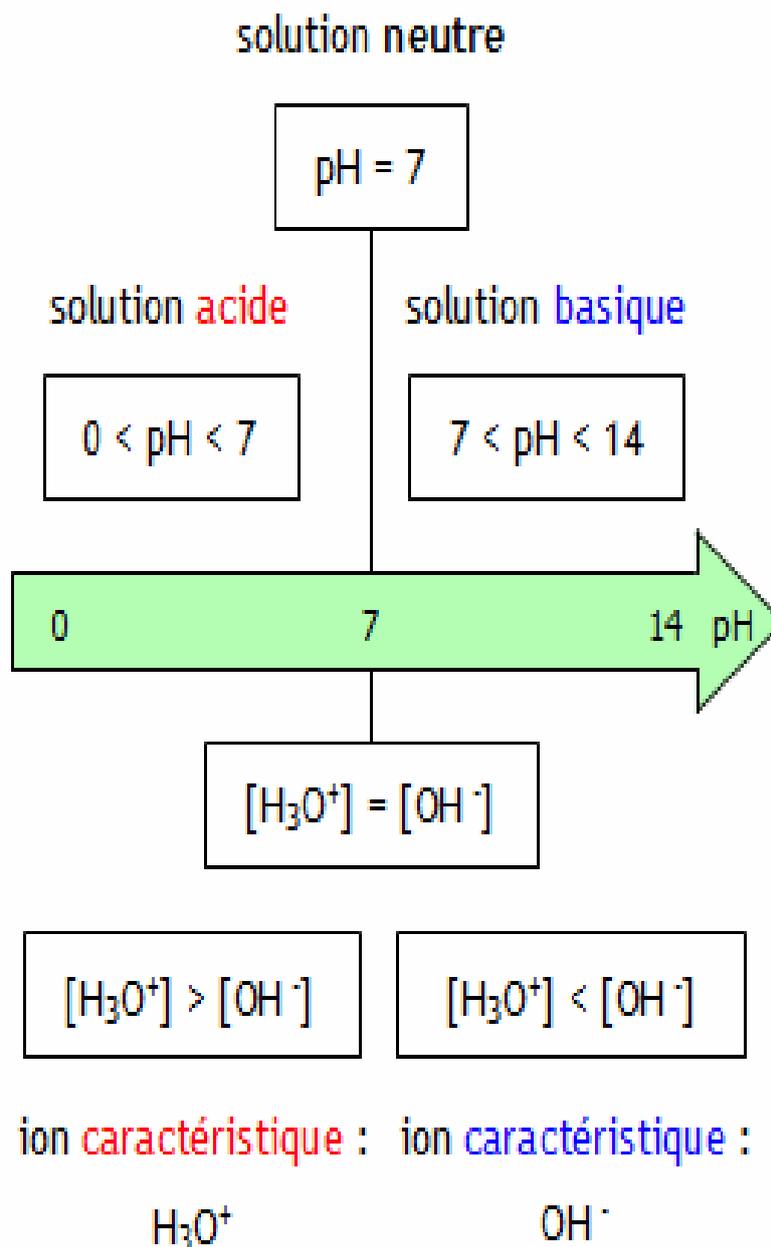
$$= \log C)$$

$$= \log C)$$

$$= \log C)$$

Gargouri-H

## Ions caractéristiques des solutions acides et basiques



## Dilution

$$\text{Solution(S)} \begin{cases} C \\ V \\ n = CV \\ \text{pH} \\ \text{pKa} \end{cases} ; \text{ Solution(S')} \begin{cases} C' \\ V' = V + V_{\text{eau}} \\ n' = C'V' \\ \text{pH}' \\ \text{pKa} \end{cases}$$

$$n' = n \Rightarrow C'V' = CV \Rightarrow C' = \frac{CV}{V'}$$

$$\text{dilution } n \text{ fois} \Rightarrow V' = n.V \Rightarrow C' = \frac{C}{n}$$

$$\text{exemple : } 10 \text{ fois} \Rightarrow V' = 10.V \Rightarrow C' = \frac{C}{10}$$

- **Acide fort :**

$$\text{pH} = -\log C$$

$$\text{pH}' = -\log C' = -\log C - \log \left[ \frac{V}{V'} \right]$$

$$\Rightarrow \text{pH}' = \text{pH} + \log \left[ \frac{V'}{V} \right]$$

$$\text{si } \frac{V'}{V} = 10 \Rightarrow \text{pH}' = \text{pH} + 1$$

- **Acide faible :**

$$\text{pH} = \frac{1}{2}(\text{pKa} - \log C)$$

$$\text{pH}' = \frac{1}{2}(\text{pKa} - \log C')$$

$$\Rightarrow \text{pH}' = \frac{1}{2} \left[ \text{pKa} - \log \left( \frac{CV}{V'} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \text{pH}'$$

$$= \frac{1}{2} \left[ \text{pKa} - \log C - \log \left( \frac{V}{V'} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2}(\text{pKa} - \log C)$$

$$\Rightarrow \text{pH}' = \text{pH} + \frac{1}{2} \log \frac{V'}{V}$$

$$\Rightarrow \text{pH}' > \text{pH}$$

- **Base forte :**

$$\text{pH} = \text{pKe} + \log C$$

$$\text{pH}' = \text{pKe} + \log C' = \text{pKe} + \log \left[ C \frac{V}{V'} \right]$$

$$\text{si } \frac{V'}{V} = 10 \Rightarrow \text{pH}' = \text{pH} - 1$$

- **Base faible :**

$$\text{pH} = \frac{1}{2}(\text{pKe} + \text{pKa} + \log C)$$

$$\text{pH}' = \frac{1}{2}(\text{pKe} + \text{pKa} + \log C')$$

$$\Rightarrow \text{pH}' = \frac{1}{2} \left[ \text{pKe} + \text{pKa} + \log \left( \frac{CV}{V'} \right) \right]$$

$$\Rightarrow \text{pH}' = \frac{1}{2}(\text{pKe} + \text{pKa} + \log C) + \frac{1}{2} \log \left( \frac{V}{V'} \right)$$

$$\Rightarrow \text{pH}' = \text{pH} - \frac{1}{2} \log \frac{V'}{V} \Rightarrow \text{pH}' < \text{pH}$$

## Variation du pH au cours d'une réaction Entre un acide et une base

### 1° Réaction entre un acide fort (HCl ou HNO<sub>3</sub>) (C<sub>A</sub>, V<sub>A</sub>) est une base forte (NaOH, KOH) (C<sub>B</sub>, V<sub>B</sub>)

❖ Equation de la réaction :



$$K = \frac{1}{K_e} > 10^4 \Rightarrow \text{La réaction}$$

est total

❖ Définition de l'équivalence acido-basique : c'est l'état du mélange lorsque la quantité de l'acide et la quantité de la base sont en proportion stœchiométrique donc

$$n(\text{acide})_{\text{introduit}} = n(\text{base})_{\text{ajouté}} \\ \Rightarrow C_A V_A = C_B V_{BE}$$

❖ Les espèces chimiques

dans le mélange **Na<sup>+</sup>, Cl<sup>-</sup>, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, OH<sup>-</sup> et H<sub>2</sub>O** :

$$❖ [\text{Na}^+] = \frac{C_B \cdot V_B}{V_A + V_B}; [\text{Cl}^-] = \frac{C_A \cdot V_A}{V_A + V_B}$$

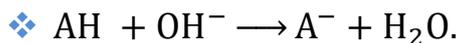
❖ Nature de la solution à l'équivalence :

Tout l'acide introduit réagit avec toute la base ajoutée, on obtient donc une solution aqueuse

(Na<sup>+</sup>, Cl<sup>-</sup>) c'est une solution neutre  $\text{pH} = \frac{1}{2} \text{p}K_e$   $\text{pH}_E = 7$  à 25°C.

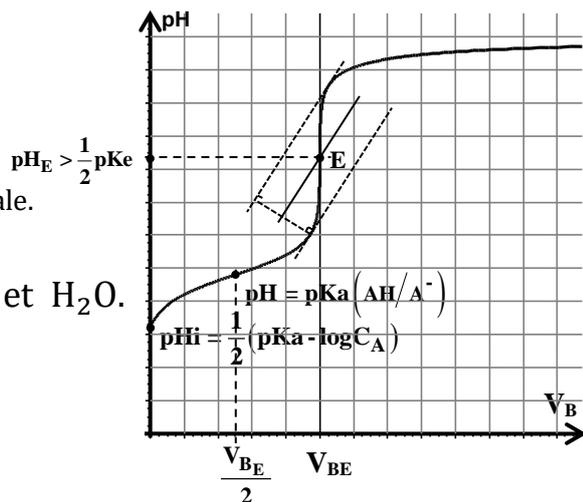
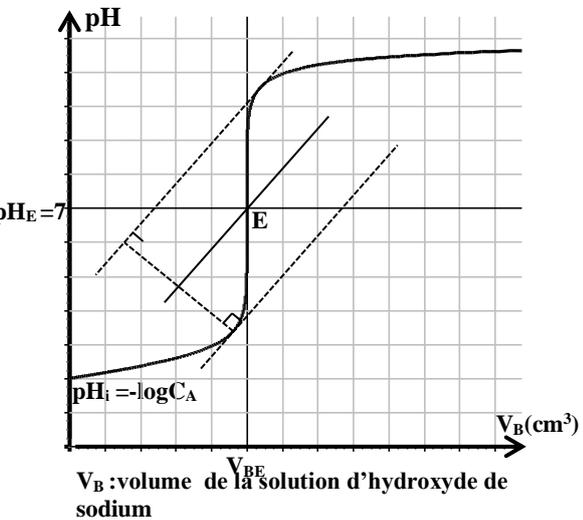
### 2° Réaction entre un acide faible AH (C<sub>A</sub>, V<sub>A</sub>) et une base forte NaOH (C<sub>B</sub>, V<sub>B</sub>)

❖ Equation de la réaction :



❖  $K = \frac{1}{K_b} > 10^4 \Rightarrow$  la réaction est totale.

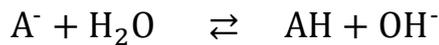
❖ Les espèces chimiques dans le Mélange : AH, A<sup>-</sup>, Na<sup>+</sup>, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, OH<sup>-</sup> et H<sub>2</sub>O.



❖ Nature de la solution à l'équivalence :

Tout l'acide introduit réagit avec toute la base ajoutée, on obtient donc une solution de (A<sup>-</sup>, Na<sup>+</sup>)

Na<sup>+</sup> ion inerte et A<sup>-</sup> base faible réagit avec l'eau.



Les ions OH<sup>-</sup> imposent le caractère basique à l'équivalence ⇒ **pHE > 7**.

$$[AH] = [OH^-]$$

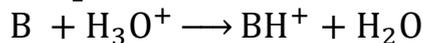
$$[A^-] = C'_A = \frac{C_A V_A}{V_A + V_{BE}} = C'_B = [Na^+]$$

$$\Rightarrow pH_E = \frac{1}{2} (pKa + pKe + \log C'_A)$$

❖ **A la demi-équivalence**  $V_B = \frac{V_{BE}}{2}$  La moitié de l'acide AH se transforme en A<sup>-</sup> on obtient donc une solution tel que  $[AH] = [A^-]$   
 ⇒  $Ka = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} = [H_3O^+] \Rightarrow pKa = pH \Rightarrow [AH] = [A^-] = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_A V_A}{V_A + V_B}$

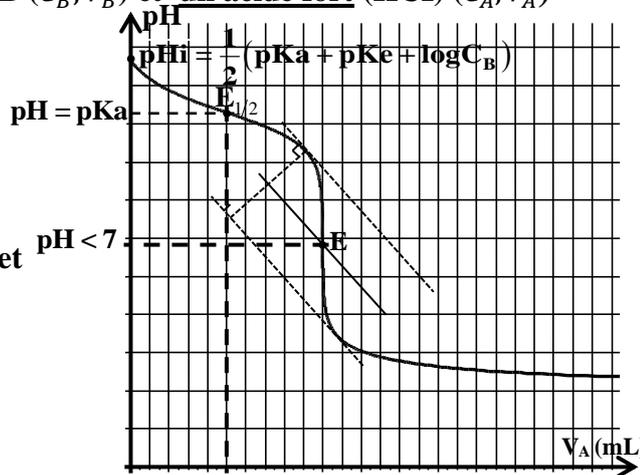
3°) Réaction entre **une base faible B** ( $C_B, V_B$ ) et **un acide fort (HCl)** ( $C_A, V_A$ )

❖ **Equation de la réaction :**



$K = \frac{1}{Ka} > 10^4$  donc la réaction est totale.

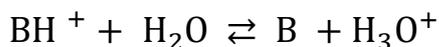
❖ **Les espèces chimiques dans le mélange :** B, BH<sup>+</sup>, Cl<sup>-</sup>, H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, OH<sup>-</sup> et H<sub>2</sub>O.



❖ **Nature de la solution à l'équivalence :**

Toute la base B introduite réagit avec tout l'acide ajouté, on obtient donc une solution aqueuse de (BH<sup>+</sup>, Cl<sup>-</sup>).

Cl<sup>-</sup> ion inerte et BH<sup>+</sup> acide faible réagit avec l'eau



Les ions H<sub>3</sub>O<sup>+</sup> imposent le caractère acide de la solution à l'équivalence ⇒ **pHE < 7**

$$[BH^+] = \frac{C_B V_B}{V_{AE} + V_B} = C'_B$$

$$[Cl^-] = \frac{C_A V_{AE}}{V_{AE} + V_B} = C'_B \quad \text{et} \quad [B] = [H_3O^+]$$

$$Ka = \frac{[H_3O^+]^2}{C'_B} \Rightarrow pH_E = \frac{1}{2} (pKa + \log C'_B)$$

❖ **A la demi équivalence :**

La moitié de la base B se transforme en BH<sup>+</sup> on obtient donc une solution tel que :  $[B] = [BH^+] = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_B \cdot V_B}{V_A + V_B}$

$$K_a = \frac{[B^-] \cdot [H_3O^+]}{[BH^+]} = [H_3O^+] \Rightarrow pK_a = pH$$

#### 4°) Solution Tampon :

Une solution **tampon** est caractérisée par  $pH \simeq pK_a \Rightarrow [AH] \simeq [A^-]$

❖ Ses propriétés sont :

- Son pH ne varie pas au cours d'une dilution.
- Son pH varie faiblement au cours d'une addition modérée d'un acide fort ou une base forte .

❖ Préparation d'une solution Tampon

- Mélange :  $(NH_3 + NH_4Cl) / pH \simeq pK_a$

$(RCOOH + RCOONa)$

- Acide fort + base faible au point de la demi-équivalence.
- Acide faible + base forte au point de la demi-équivalence.

## Pile électrochimique

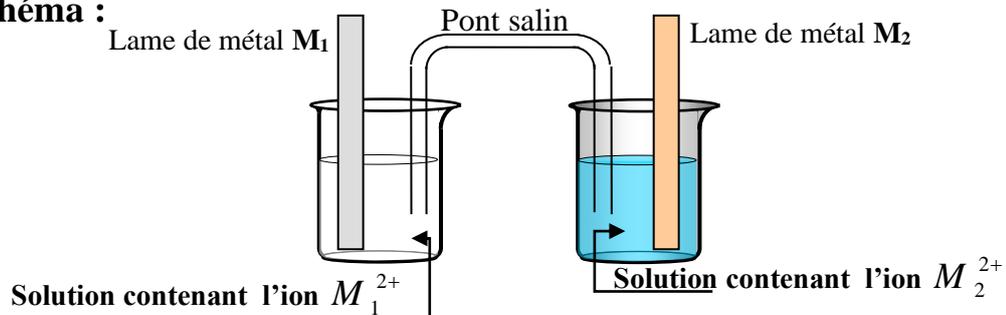
### Définition :

Une pile électrochimique est un dispositif qui permet d'avoir un courant électrique à partir d'une réaction chimique spontanée.

### Caractéristique d'une pile :

• **Symbole :**  $M_1 | M_1^{2+} || M_2^{2+} | M_2$

• **Schéma :**



• **Équation associée :**  $M_1 + M_2^{2+} \rightleftharpoons M_1^{2+} + M_2$

• **fem E : Tension à vide.**

$$E = V_{bDroite} - V_{bGauche} = V_{bM_2} - V_{bM_1}$$

### Signe de E et polarité :

❖ Si  $E > 0 \Rightarrow V_{bD} - V_{bG} > 0 \Leftrightarrow V_{bD} > V_{bG}$

- La polarité est : - l'électrode droite ( $M_2$ ) : borne (+).
- l'électrode gauche ( $M_1$ ) : borne (-)

• L'équation de la réaction spontanée est le sens direct de l'équation associée :  $M_1 + M_2^{2+} \rightarrow M_1^{2+} + M_2$

❖ Si  $E < 0 \Rightarrow V_{bD} - V_{bG} < 0 \Leftrightarrow V_{bD} < V_{bG}$

- La polarité est : - l'électrode gauche ( $M_1$ ) : borne (+).
- l'électrode droite ( $M_2$ ) : borne (-).

• L'équation de la réaction spontanée est le sens inverse de l'équation associée :  $M_2 + M_1^{2+} \rightarrow M_2^{2+} + M_1$

❖ Si  $E = 0 \Rightarrow V_{bD} = V_{bG}$

C'est l'équilibre dynamique  $\Pi_{\text{équilibre}} = K$  la pile est usée.

### Expression de la fem :

$$E = E^\circ - 0,03 \cdot \log \Pi$$

avec:

$$E^\circ : \text{fem normale de la pile} : E^\circ = E^\circ_{\text{Droite}} - E^\circ_{\text{Gauche}} = E^\circ_{\frac{M_2^{2+}}{M_2}} - E^\circ_{\frac{M_1^{2+}}{M_1}}$$

$$\Pi : \text{fonction de concentration de l'équation associée} \Pi = \frac{[M_1^{2+}]}{[M_2^{2+}]}$$

### Relation entre K et E°

À l'équilibre :

$$E = 0 \text{ et } \Pi = K$$

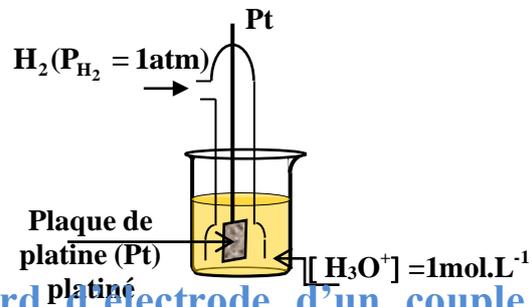
Avec **K** est la constante d'équilibre relative à l'équation associée

$$E^\circ - 0,03 \cdot \log K = 0 \Rightarrow \log K = \frac{E^\circ}{0,03}$$

$$\Rightarrow K = 10^{\frac{E^\circ}{0,03}}$$

## Électrode normale à hydrogène E.N.H

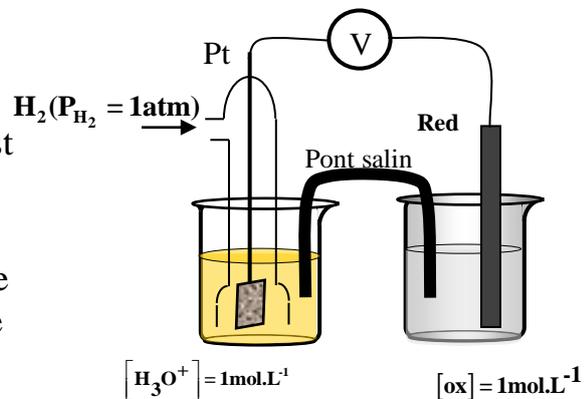
L'électrode normale à hydrogène **E.N.H** est une demi-pile constituée du couple  $\frac{H_3O^+}{H_2 (gaz)}$  telle que la pression du gaz  $H_2$  est égale à 1 atmosphère et la  $[H_3O^+] = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$



## Définition du potentiel standard d'électrode d'un couple

### Rédox

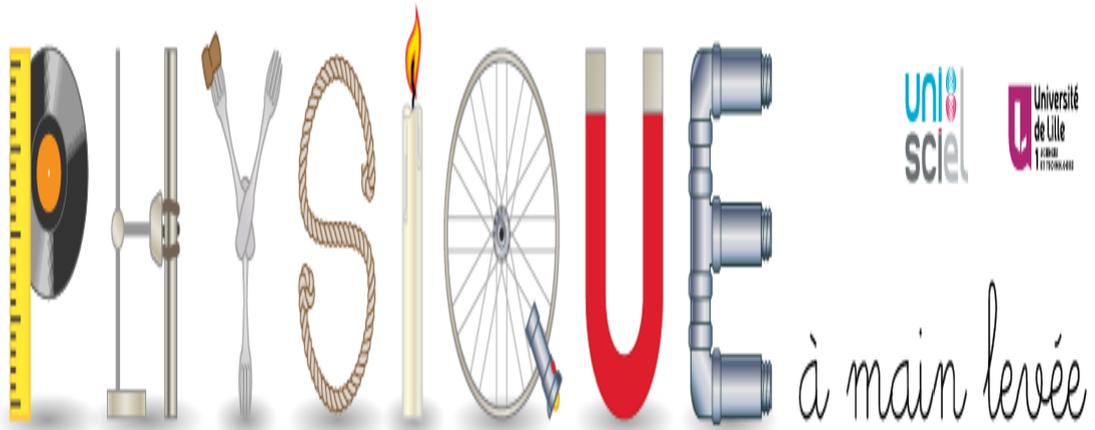
Le potentiel standard d'électrode (ou potentiel redox) d'un couple  $Ox/Red$  symbolisé par  $E^\circ_{Ox/Red}$  est par définition la f.é.m. de la pile formée par l'électrode normale à hydrogène (**E.N.H**) placée à gauche et la demi-pile constituée du couple  $Ox/Red$  placée à droite tel que  $[ox] = 1 \text{ mol} \cdot L^{-1}$ .



### Quelques remarques :

- Rôle du pont Salim :
  - Permet la fermeture du circuit
  - Assure la neutralité électrique des solutions contenant dans les deux compartiment.
- Plus  $E^\circ_{Ox/Red}$  est grande plus le pouvoir oxydant est grand plus le pouvoir réducteur est faible
- Comparer  $E^\circ$  à 0 revient à comparer **K** à 1 et comparer **E** à 0 revient à comparer **K** à *II*

# PHYSIQUE



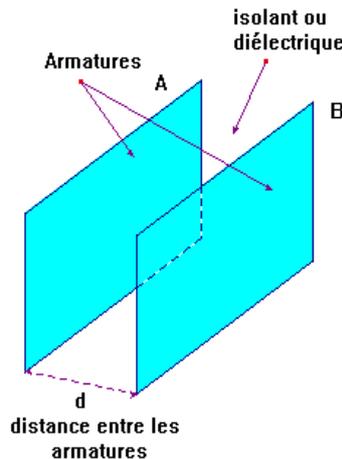
## Condensateur

### Définition et symbole :

#### ➤ Définition :

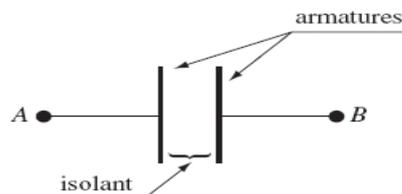
Un condensateur est un dipôle électrique constitué de deux armatures métalliques (les armatures) en influence mutuelle, séparés par un isolant (le diélectrique).

Schéma simplifié d'un condensateur



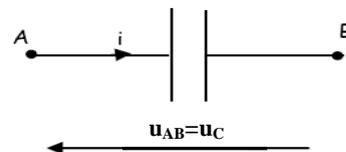
#### ➤ Représentation symbolique :

Un condensateur est symbolisé dans un circuit électrique par la représentation suivante :



### La convention réceptrice :

➤ La tension aux bornes du condensateur et l'intensité du courant qui le traverse en régime transitoire sont représentées en convention réceptrice : la flèche tension est orientée vers l'armature où arrive le courant.



### Relation charge-intensité du courant :

➤ Si on charge le condensateur par un générateur de courant continu d'intensité constante **I** : La charge **q** est donnée par l'expression :

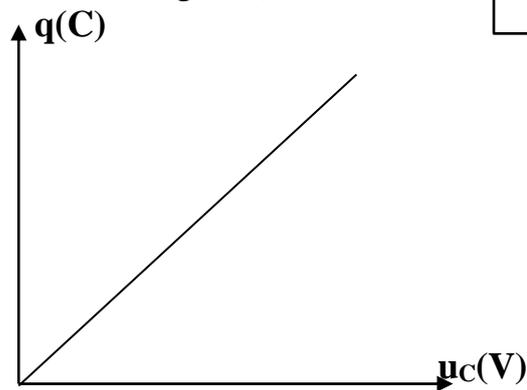
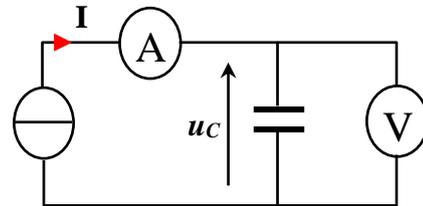
$$q = I \cdot t \quad \text{avec} \quad \begin{cases} q : \text{en Coulomb (C)} \\ I : \text{en Ampère (A)} \\ t : \text{en seconde (s)} \end{cases}$$

➤ Si on charge le condensateur par un générateur de tension continue de **fem E** :

La relation entre **q** et **i** est :  $i = \frac{dq}{dt}$  (**i** et **q** les valeurs instantanées de l'intensité et de la charge).

### Relation charge-tension

➤ A l'aide du montage ci-contre on réalise la charge du condensateur et on représente la charge **q** en fonction de **u<sub>C</sub>** : La courbe obtenue est la figure (1) :



D'après la courbe obtenue **q** est fonction linéaire de **u<sub>C</sub>**, donc **q** est donnée par la relation :  $q = C \cdot u_C$  avec **C** : coefficient de la droite appelé capacité du condensateur.

#### ➤ Définition :

La capacité **C** d'un condensateur est une grandeur positive mesurable caractérise l'aptitude d'un condensateur à emmagasiner la charge. **C** s'exprime en Farad (**F**)

#### ➤ Conclusion :

La relation entre la charge **q** d'un condensateur de capacité **C** et la tension à ses bornes est :

$$q = C \cdot u_C$$

**q : en Coulomb (C)**  
**u<sub>C</sub> : en Volt (V)**  
**C : en Farad (F)**

Lorsque la tension entre les armatures est  $u_C = V_A - V_B$ , l'armature **A** porte la charge  $q_A = C \cdot u_C$  et l'armature **B** porte la charge  $q_B = -q_A$ .

#### ➤ Energie emmagasinée par un condensateur :

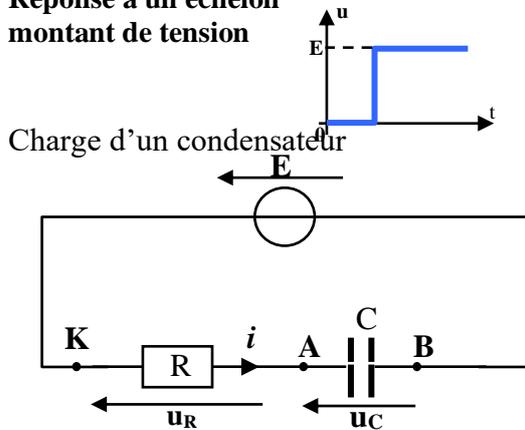
$$E_C = \frac{1}{2} C \cdot u_C^2 = \frac{1}{2} q \cdot u_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

## Le dipôle RC

Dipôle formé d'un résistor en série avec un condensateur.

$$u_R = Ri \quad ; \quad u_C = \frac{q}{C} \quad ; \quad i = \frac{dq}{dt} = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

**Réponse à un échelon montant de tension**



• **Pendant la charge :** On charge C avec un générateur de tension de fem E ou avec une tension en créneaux.

**Equation différentielle :**

On applique la loi des mailles

$$u_R + u_C = E \text{ or } u_R = Ri = C \cdot \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{Donc } RC \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

- Conditions initiales:

à  $t = 0$  on a  $u_C = 0$

- En régime transitoire :

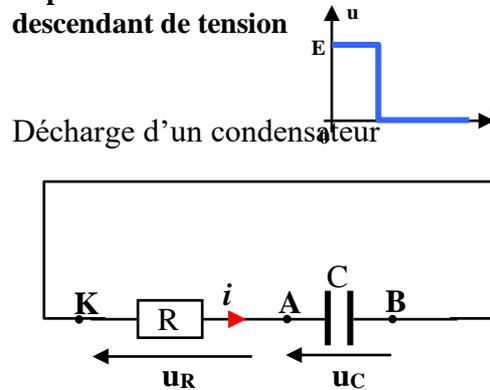
$$u_C = E \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$u_R = E - u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow$$

$$i = \frac{u_R}{R} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Avec  $\tau = RC$  : constante de temps du dipôle RC

**Réponse à un échelon descendant de tension**



• **Pendant la décharge :**

On applique la loi des mailles :

$$u_R + u_C = 0$$

$$\Rightarrow RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

- Conditions initiales : à  $t=0$  on a  $u_C = E$

- En régime transitoire :

$$u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

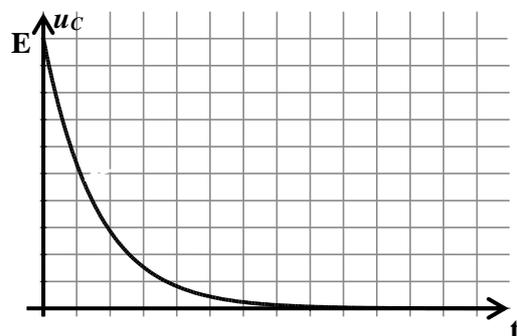
$$u_R = -u_C = -E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = \frac{u_R}{R} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- En régime permanent :

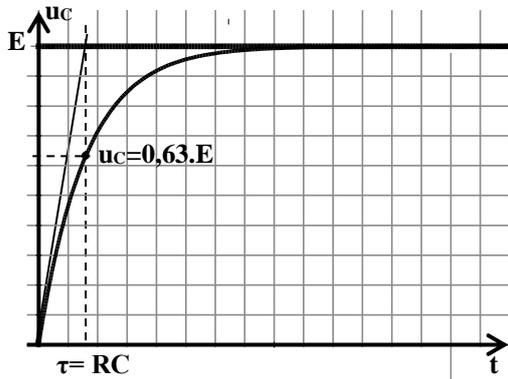
$$i = 0 \quad u_C = 0.$$

$$\bullet u_C = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

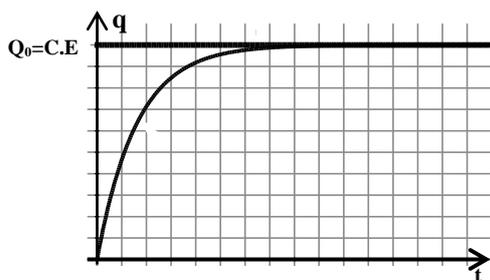


-En régime permanent :  $u_C = E$

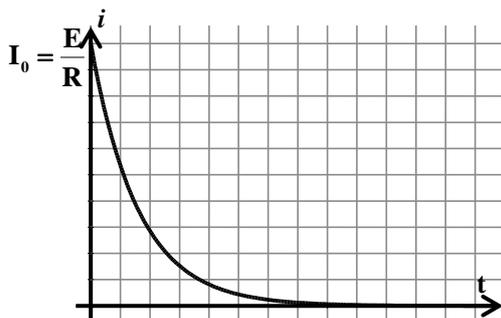
$$u_C = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$



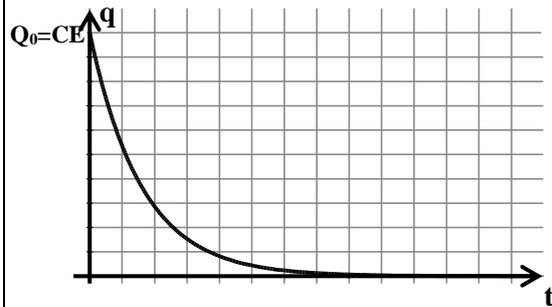
- $q = C \cdot u_C = C \cdot E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$   
 $\Rightarrow q = Q_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$



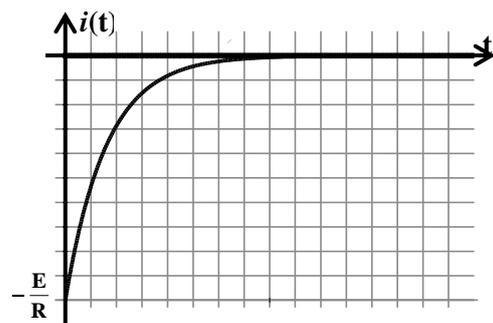
- $i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$



- $q(t) = C u_C$   
 $\Rightarrow q(t) = C E e^{-\frac{t}{\tau}} = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$



- $i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$



## La bobine

### La bobine :

C'est un dipôle constitué d'un enroulement de fil conducteur recouvert de vernis isolant. Une bobine placée dans un circuit, se comporte-t-elle comme un résistor ? Est-elle un réservoir d'énergie comme le condensateur ?

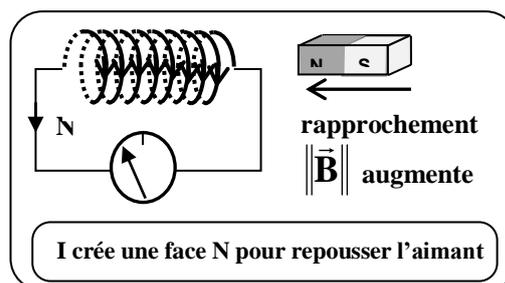
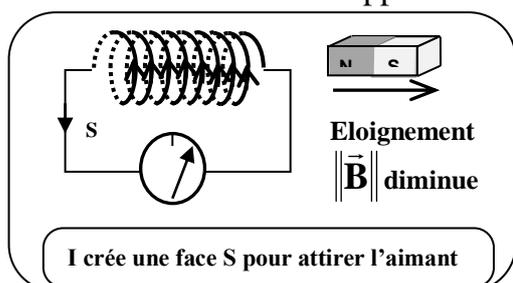
### Symbole :



### 1°) L'induction électromagnétique :

#### a- le courant induit :

➤ **Expérience 1 :** le déplacement de l'aimant devant la bobine (b), crée un courant dans la bobine appelé courant induit.



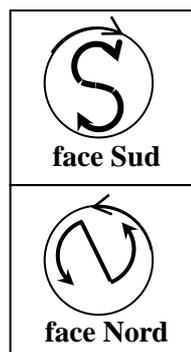
#### ➤ Conclusion :

Toute variation du champ magnétique où se trouve une bobine en circuit fermé, crée dans celle-ci un courant électrique appelé courant induit.

C'est le phénomène d'induction électromagnétique.

➤ **Valeur de  $i$  :** Plus la variation est rapide, plus  $i$  est grande.

➤ **Sens de  $i$  :** Le sens du courant induit est donné par **la loi de Lenz** : Le courant induit prend un sens de façon qu'il s'oppose par ses effets à la cause de sa création.



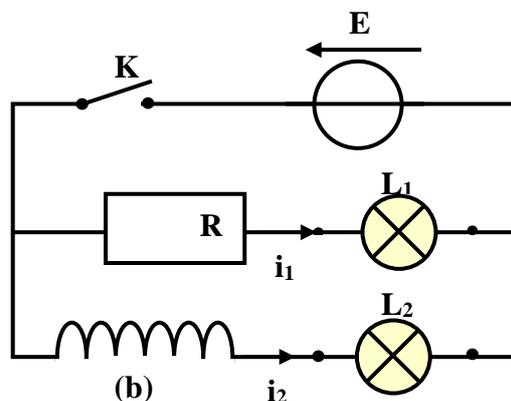
**b- La fem induite :** Le circuit fermé de la bobine (b) est parcouru par un courant induit sans qu'il comporte un générateur. Si ce circuit est ouvert, on obtient une tension aux bornes de (b) durant la variation de  $\vec{B}$ . Cette tension s'appelle la fem induite  $e$  (ou la fem d'induction). C'est comme si on a créé un générateur de fem  $e$  dans le circuit induit.

### 2°) L'auto-induction :

#### ➤ Mise en évidence :

$L_1$  et  $L_2$  sont deux lampes identiques. (b) est une bobine à noyau de fer de même résistance  $R$  que le résistor. En fermant  $K$ , on constate que  $L_1$  brille toute de suite, mais  $L_2$  n'atteint son éclat maximal qu'après quelques ms.

➤ **Interprétation :** En fermant  $K$ ,  $i_2$  varie de  $0$  à  $I_2 \Rightarrow$  variation de  $\vec{B}$  dans



la bobine  $\Rightarrow$  courant induit  $i$  qui s'oppose à l'augmentation de  $i_2$ , donc de sens contraire que  $i_2$ . Ce courant retarde l'établissement de  $I_2$ . Par contre,  $i_1$  passe à  $I_1$  directement.

Puisque (b) est en même temps le circuit inducteur et le circuit induit, on a un phénomène d'auto-induction.

La fem induite créée dans le circuit de la bobine est appelée **la fem d'auto-induction**.

➤ **Conclusion :** Toute bobine parcourue par un courant variable est le siège d'un fem d'auto-induction  $e$ .

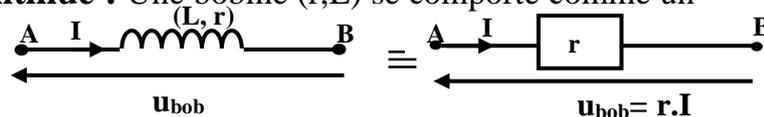
La bobine ne se comporte pas comme un résistor : elle s'oppose à l'établissement du courant dans son circuit.

➤ **Tension aux bornes d'une bobine :**

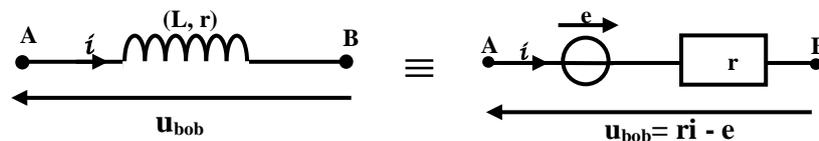
Une bobine est caractérisée par sa résistance  $r$  exprimée en ohm ( $\Omega$ ) et son Inductance  $L$  exprimée en Henry (H).

L'inductance ( $L$ ) caractérise l'aptitude de la bobine à s'opposer à la variation du courant électrique dans un circuit.

➤ **En courant continu :** Une bobine ( $r, L$ ) se comporte comme un conducteur ohmique  $r$ .



➤ **En courant variable :** Une bobine ( $r, L$ ) se comporte comme un générateur de fem «  $e$  » en série avec un résistor de résistance  $r$ .



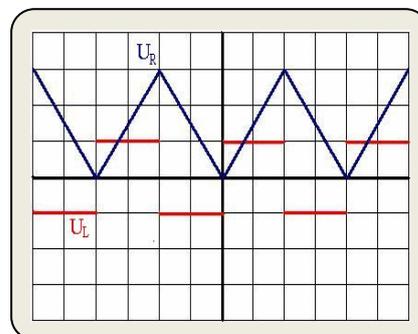
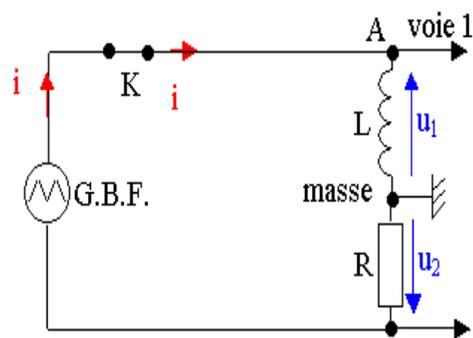
La fem d'auto-induction d'une bobine est  $e = -L \frac{di}{dt}$

Donc  $u_{bob} = L \frac{di}{dt} + ri$

➤ **Détermination pratique de l'inductance L d'une bobine :**

La bobine (b) a une résistance  $r$  négligeable devant  $R$  ( $r=0$ ).

Le GBF délivre une tension  $u = u_{AC}$  triangulaire.



on a  $u_1 = u_{bob} = L \frac{di}{dt}$  et  $u_2 = -u_R = -R \cdot i \Leftrightarrow i = -\frac{u_2}{R}$

par suite  $\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R} \cdot \left( \frac{du_2}{dt} \right)$  alors  $L = -R \frac{u_1}{\left( \frac{du_2}{dt} \right)} = -\frac{R \cdot u_1}{\text{pente}}$

Travailler sur une demi-période : Déterminer  $\frac{du_2}{dt} = \frac{\Delta u_2}{\Delta t}$ , la valeur de  $u_1$  et en fin calculer  $L$  en (H).

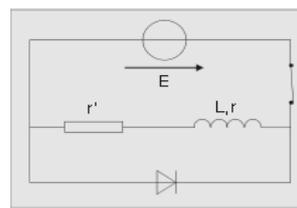
➤ **L'énergie magnétique :**

Toute bobine, d'inductance  $L$ , parcourue par un courant d'intensité  $i$ , emmagasine une énergie magnétique  $E_L = \frac{1}{2} Li^2$



## Dipôle RL

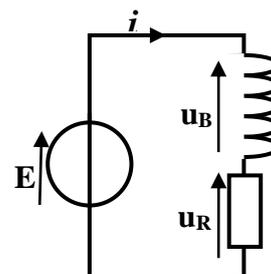
Dipôle formé d'un résistor R en série avec une bobine (r,L).



- Tension aux bornes de la bobine :  $u_{bob} = ri + L \frac{di}{dt}$
- Toute bobine s'oppose aux variations de l'intensité du courant dans le circuit où elle se trouve.
- Le courant ne s'établit ou ne s'annule pas instantanément.

### I- Etablissement du courant :

On applique la loi des mailles :  $u_R + u_{bob} = E$   
 $\Rightarrow L \frac{di}{dt} + (R + r) i = E$



- Conditions initiales :  $\text{à } t = 0 \text{ on a } \begin{cases} i = 0 \\ u_{bob} = E \end{cases}$

- En régime transitoire :

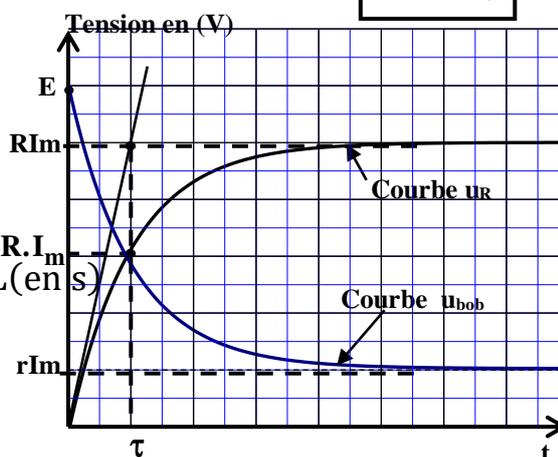
$$i(t) = I_m \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

avec 
$$\begin{cases} I_m = \frac{E}{R + r} \\ \tau = \frac{L}{R + r} \end{cases}$$

$\tau$ : constante de temps du dipôle RL (en s)

$$u_{bob} = E - u_R \text{ et } u_R = Ri$$

$$\Rightarrow u_{bob}(t) = I_m(r + R e^{-\frac{t}{\tau}})$$

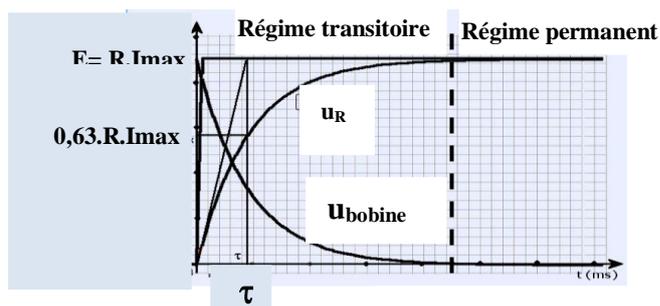


- En régime permanent :

$$\begin{cases} i = I_m \\ u_R = RI_m \\ u_b = rI_m \end{cases} \quad \begin{cases} u_R + u_{bob} = E \\ (R + r) \cdot I_m = E \end{cases}$$

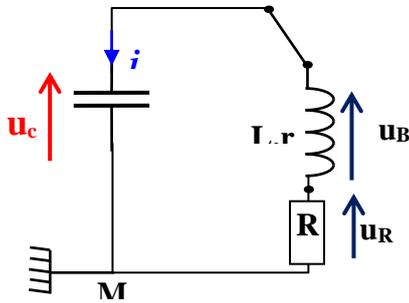
**Conclusion** : Lorsqu'un dipôle RL est soumis à un échelon de tension E, il est traversé par un courant transitoire qui s'établit progressivement (et pas instantanément). **La bobine s'oppose à l'établissement du courant.**

### Cas d'une bobine purement inductive (r=0)



# Les oscillations électriques libres

## Les oscillations libres amorties



Le condensateur est initialement chargé.

### Equation différentielle :

on applique la loi des mailles au circuit :

$$u_C + u_B + u_R = 0$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + ri + R_0 i = 0$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} + (r + R_0) i = 0$$

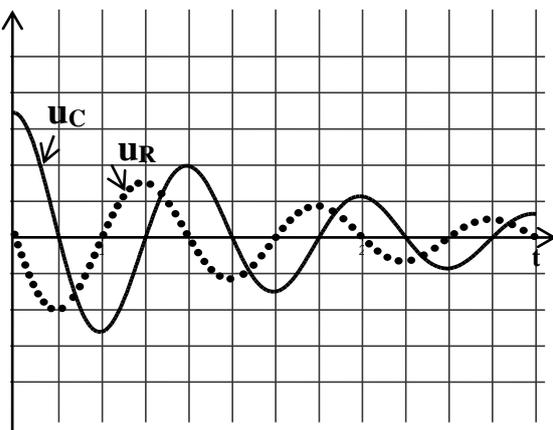
$$\text{or } \left. \begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ q &= C \cdot u_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\text{d'où } \frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} + (r + R_0) \frac{dq}{dt} = 0$$

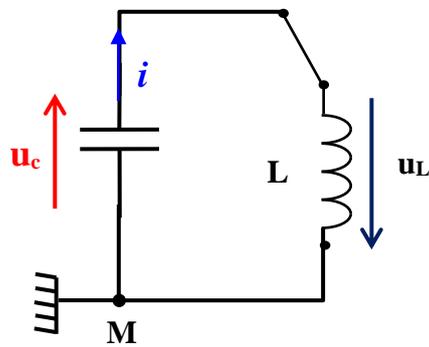
$$\Rightarrow \frac{q}{LC} + \frac{(r+R_0)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

La solution de cette équation différentielle correspond aux régimes suivant :

\*  $R = (R_0 + r)$  est faible : régime pseudopériodique



## Les oscillations libres non amorties



Le condensateur est initialement chargé.

### Equation différentielle :

on applique la loi des mailles au circuit :

$$u_C + u_L = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{q}{C} + L \frac{di}{dt} = 0$$

$$\text{or } \left. \begin{aligned} i &= \frac{dq}{dt} \\ q &= C \cdot u_C \end{aligned} \right\} \Rightarrow i = C \frac{du_C}{dt}$$

d'où

$$\frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow \frac{q}{LC} + \frac{d^2q}{dt^2} = 0$$

$$\text{On pose : } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$$

$$\text{D'où } \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot q = 0$$

La solution de cette équation

- $q(t) = Q_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

- $u_C(t) = \frac{q}{C} = \frac{Q_m}{C} \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

Avec :  $U_{Cmax} = \frac{Q_m}{C}$

$$\varphi_{u_C} = \varphi_q$$

$u_C$  et  $q$  sont en phase

$$u_C(t) = U_{Cm} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_{u_C})$$

- $i(t) = \frac{dq}{dt} = Q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_q)$

$$i(t) = I_m \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_i)$$

\* **R est grande** : régime apériodique.



**Energie :**

Energie électrique :

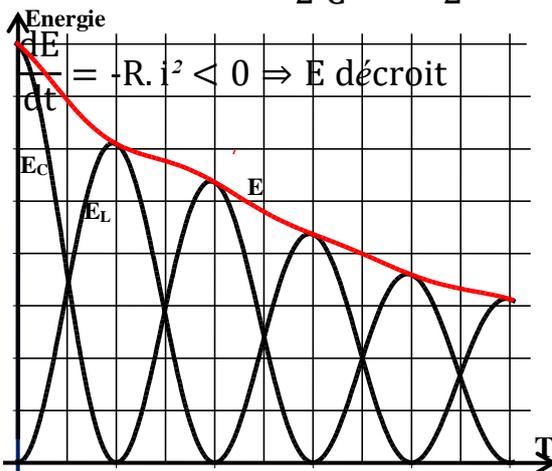
$$E_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} C u_C^2.$$

Energie magnétique :

$$E_L = \frac{1}{2} L \cdot i^2.$$

Energie total :

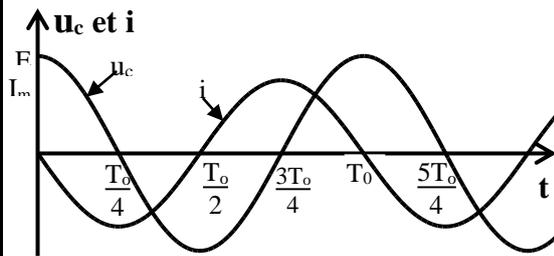
$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L \cdot i^2.$$



- $u_L(t) = -u_C(t)$   
 $= -U_{Cm} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_{u_C})$   
 $= U_{Cm} \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_{u_C} + \pi)$

avec:

$$\begin{cases} U_{Lmax} = U_{Cmax} \\ \varphi_{u_L} = \varphi_{u_C} + \pi \end{cases} \text{ } u_L \text{ et } u_C \text{ sont en o} \\ \text{de phase}$$



Relation indépendante de temps

$$i = \frac{1}{LC} (Q_m^2 - q^2) = \omega_0^2 (Q_m^2 - q^2)$$

**Energie :**

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$E_L = \frac{1}{2} \cdot L i^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_m^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} \cdot L i^2$$

$$\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow \text{l'énergie se conserve}$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_m^2}{C} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$+ \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_m^2}{C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_m^2}{C} (\sin^2(\omega_0 t + \varphi_q)$$

$$+ \cos^2(\omega_0 t + \varphi_q))$$

$$E = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot L I_m^2$$

**Transformations mutuelles d'énergie :**

$$t = 0 \begin{cases} u_C = U_{Cmax} \\ i = 0 \end{cases} \quad E_0$$

$$= \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_{Cmax}^2$$

$$t = \frac{T}{4} \begin{cases} u_C = 0 \\ i = -I_{max} \end{cases} \quad E_1 = \frac{1}{2} LI_{max}^2$$

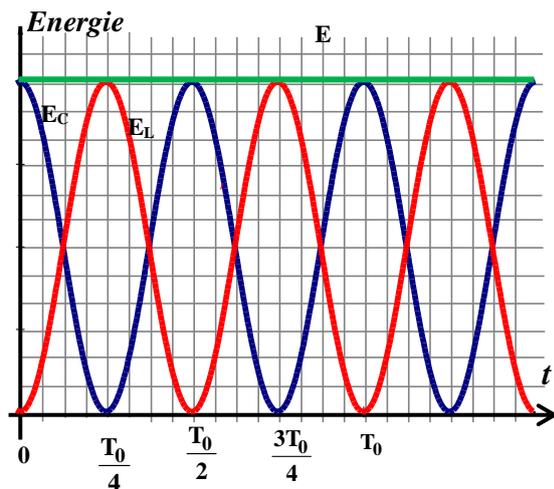
$$t = \frac{T}{2} \begin{cases} u_C = -U_{Cmax} \\ i = 0 \end{cases} \quad E_2 = \frac{1}{2} CU_{Cmax}^2 *$$

Entre  $t = 0$  et  $t = \frac{T}{4}$  l'énergie électrique se transforme en énergie magnétique et une partie sera dissipée par effet Joule.

\* Entre  $t = \frac{T}{4}$  et  $t = \frac{T}{2}$  l'énergie magnétique se transforme en énergie électrique et une partie sera dissipée par effet Joule.

Et ainsi de suite jusqu'à dissipation totale de l'énergie.

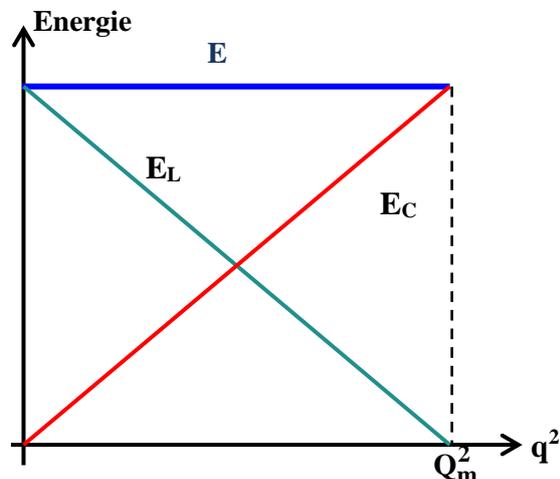
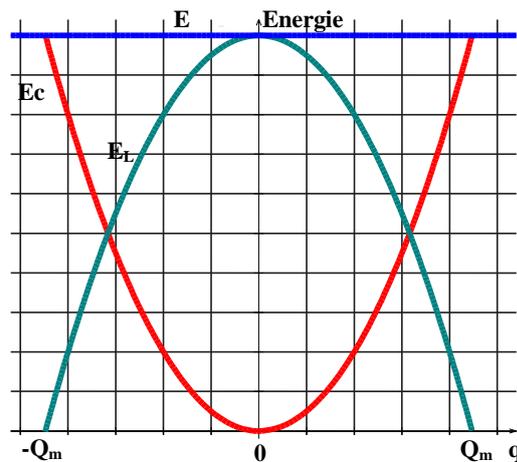
**courbes des énergies :**



$$E_C = \frac{1}{2C} q^2$$

$$E_L = E - E_C$$

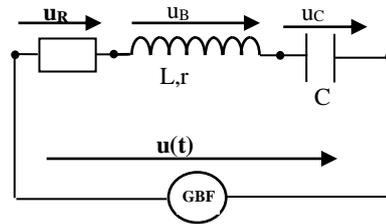
$$E_L = -\frac{1}{2C} q^2 + E = \frac{Q_m^2}{2C} - \frac{1}{2C} q^2$$



## Les oscillations forcées en régime sinusoïdal

### Le dipôle RLC en régime forcé

C'est un dipôle formé de l'association en série d'un condensateur de capacité  $C$  (en F). Une bobine d'inductance  $L$  (en H) et de résistance  $r$  et un résistor de résistance  $R$ .



Sa pulsation propre est  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  (en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ )

### Réponse d'un dipôle RLC à une tension sinusoïdale :

Excité par une tension sinusoïdale

$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$ , le dipôle RLC répond par le passage d'un courant sinusoïdale de même fréquence que l'excitation, d'intensité

$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$ .

• **Equation différentielle :**

**Loi des mailles :**

$$u_R(t) + u_B(t) + u_C(t) = u(t)$$

$$r i + R i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u(t)$$

• **Représentation de Fresnel :**

$$\begin{cases} u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) \\ i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) \end{cases}$$

$$(R + r)i(t) = (R + r)I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\rightarrow \vec{V}_1((R + r)I_m, \varphi_i)$$

$$L \frac{di}{dt} = L\omega I_m \sin(\omega t + \varphi_i + \frac{\pi}{2})$$

$$\rightarrow \vec{V}_2(L\omega I_m, \varphi_i + \frac{\pi}{2})$$

$$\frac{1}{C} \int i dt = \frac{I_m}{C\omega} \sin(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$$

$$\rightarrow \vec{V}_3(\frac{I_m}{C\omega}, \varphi_i - \frac{\pi}{2})$$

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$\rightarrow \vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$$

$$\rightarrow \vec{V}(U_m, \varphi_u)$$

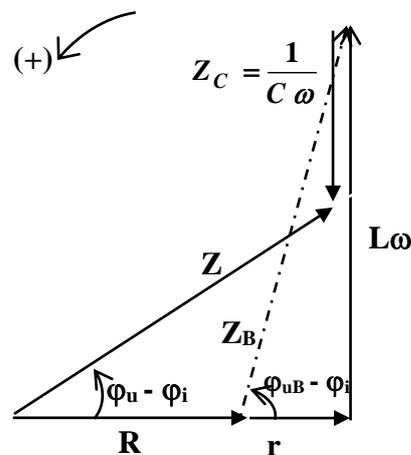
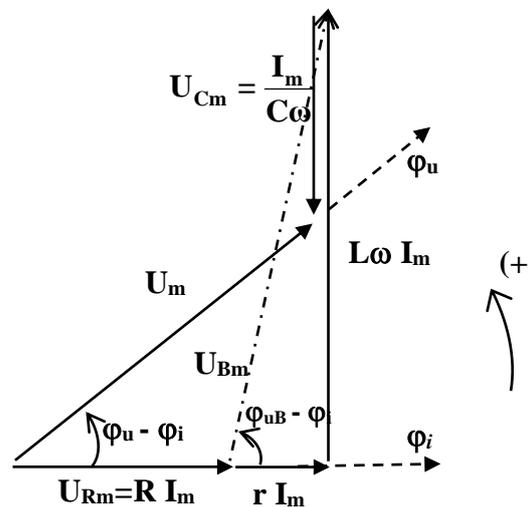
• **L'impédance du dipôle RLC :**

$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{(R + r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

• **Le déphasage courant-tension :**

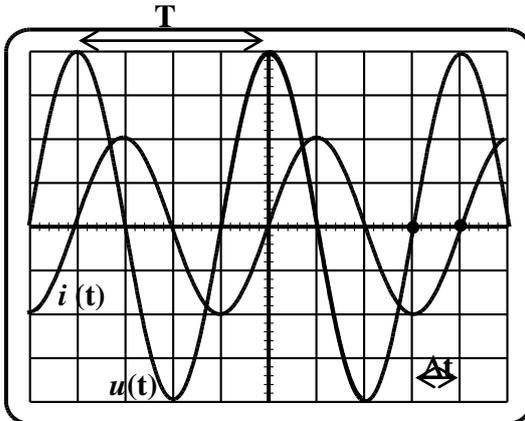
$$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \text{tg} \Delta\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R + r}$$

•  $\frac{1}{C\omega}$  (Circuit inductif)  $\omega > \omega_0 \Rightarrow L\omega$



$$\text{et } \cos \Delta\varphi = \frac{R+r}{Z} > 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi < \frac{\pi}{2}$$

Graphiquement:  $|\Delta\varphi| = \omega \cdot \Delta t$  ( $\Delta t$  est le décalage horaire entre  $u$  et  $i$ )



$$\Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i ?$$

$$|\Delta\varphi| = \omega \cdot \Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$u$  est en avance de phase par rapport à  $i \Rightarrow \Delta\varphi > 0$

$$\text{d'où } \Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

### ➤ Expression des tensions :

$$u_R = Ri = U_{Rm} \sin(\omega t + \varphi_{u_R}) \text{ avec } U_{Rm} = R I_m \text{ et } \varphi_{u_R} = \varphi_i$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int i dt = U_{Cm} \sin(\omega t + \varphi_{u_C})$$

$$\text{avec } U_{Cm} = Z_C \cdot I_m = \frac{I_m}{C\omega} \text{ et } \varphi_{u_C} = \varphi_i - \frac{\pi}{2}$$

$$u_B = ri + L \frac{di}{dt} = U_{Bm} \sin(\omega t + \varphi_{u_B})$$

$$\text{avec } U_{Bm} = Z_B \cdot I_m = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \cdot I_m \text{ et } \text{tg}(\varphi_{u_B} - \varphi_i) = \frac{L\omega}{r}$$

### Nature du circuit

• **Circuit inductif** :  $U_{Lm} > U_{cm} \Rightarrow L\omega I_m > \frac{I_m}{C\omega}$

$$LC\omega^2 > 1 \Rightarrow \omega > \omega_0$$

$$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u < 0$$

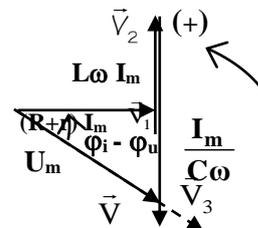
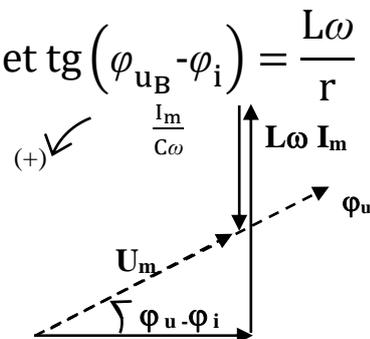
L'intensité  $i(t)$  est en retard de phase par rapport à la tension  $u(t)$

• **Circuit capacitif** :  $U_{Lm} < U_{cm} \Rightarrow L\omega I_m < \frac{I_m}{C\omega}$

$$LC\omega^2 < 1 \Rightarrow \omega < \omega_0$$

$$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u > 0$$

L'intensité  $i(t)$  est en avance de phase par rapport à la tension  $u(t)$



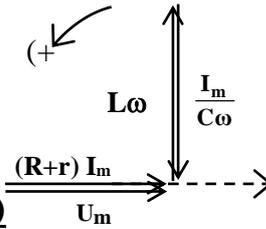
**• Circuit résistif :**

$$U_{Lm} = U_{Cm} \Rightarrow L\omega I_m = \frac{I_m}{C\omega}$$

Dans ce cas :  $LC\omega^2 = 1 \Rightarrow \omega = \omega_0$

$$\Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u = 0 \Rightarrow \varphi_u = \varphi_i$$

L'intensité  $i(t)$  est en phase avec à la tension  $u(t)$



**Remarques :**

- $u_c(t)$  est toujours en retard par rapport  $u(t)$ .
- $u_b(t)$  est toujours en avance par rapport  $u(t)$ .
- $U_{max} > U_{Rmax}$ .

**➤ Résonance d'intensité :**

$I_m$  prend sa valeur maximale

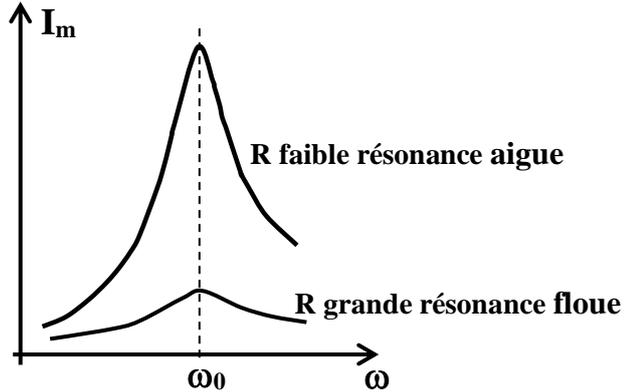
$$\Rightarrow L\omega = \frac{1}{C\omega} \Rightarrow \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

$Z$  est min  $\Rightarrow Z = R + r$

$\varphi_u = \varphi_i$  ( en phase)

$\Rightarrow$  Circuit résistif



$u_c$  en quadrature retard par rapport à  $u(t)$ .

Le circuit est en état de résonance d'intensité

**Facteur de surtension à la résonance :**

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{1}{(R+r)C\omega_0} = \frac{L\omega_0}{(R+r)} = \frac{1}{(R+r)} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Il y a surtension si  $Q > 1$ .

**Energie :**

$$E = E_C + E_L = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} = i \left( \frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2} \right) = i(u - (R+r)i)$$

$$\text{si } \omega = \omega_0 \quad \begin{cases} Um = (R+r)Im \\ \varphi_u = \varphi_i \end{cases}$$

$$\Rightarrow u(t) = (R+r)i(t) \Rightarrow u - (R+r)i = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E : \text{constante.}$$

**\* Puissance consommée par le circuit**

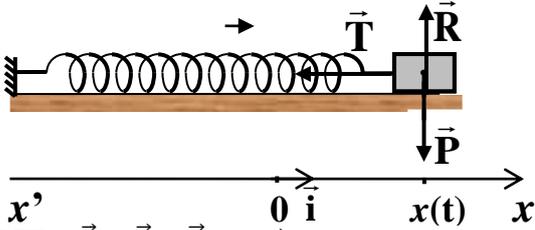
$$P = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) = U \cdot I \cos(\varphi_u - \varphi_i) = (R+r)I^2$$

**\* Puissance consommée par un dipôle D**

$$P_D = \frac{U_{mD} \cdot I_m}{2} \cos(\varphi_{uD} - \varphi_i) = R_D \cdot I^2 = R_D \cdot \frac{I_m^2}{2}$$

# Les oscillations libres d'un pendule élastique

## Oscillations libres non amorties



RFD :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$   
 Projection sur l'axe  $(O, \vec{i})$ :  $-\mathbf{Kx} = \mathbf{ma}$   
 $\Rightarrow \mathbf{ma} + \mathbf{kx} = 0$   
 $\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{K}{m}x = 0$  avec  $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$   
 $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$  Equation différentielle d'un mouvement rectiligne sinusoïdal dont la solution :

$x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$   
 Pulsation propre  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$   
 Période propre  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$   
 $x_m$  et  $\varphi_x$  sont imposés par les conditions initiales.

$$V = \frac{dx}{dt} = X_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_x)$$

$$= X_m \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})$$

$$\Rightarrow V(t) = V_m \sin(\omega_0 t + \varphi_v)$$

avec  $\begin{cases} V_m = X_m \omega_0 \\ \varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2} \end{cases}$

Vest en quadrature avance par rapport à x

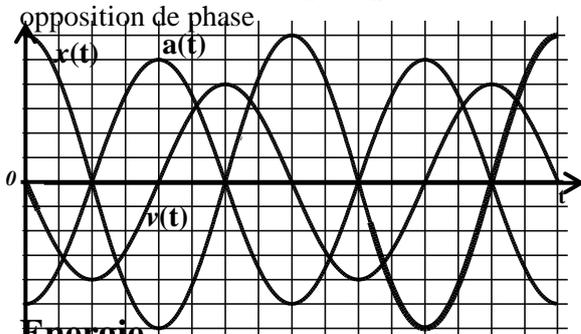
### Relation indépendante du temps

$$v^2 = \omega_0^2 (x_m^2 - x^2)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x \Rightarrow a = -X_m \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$$

$$\Rightarrow a = X_m \omega_0^2 \sin(\omega_0 t + \varphi_x + \pi) = a_m \sin(\omega_0 t + \varphi_a)$$

avec  $a_m = X_m \omega_0^2$  et  $\varphi_a = \varphi_x + \pi$  a et x en opposition de phase

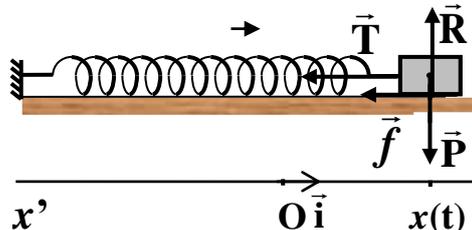


### Energie

#### Energie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (X_m \omega_0)^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_x)$$

## Oscillations libres amorties



La force de frottement  $\vec{f}$  et de sens opposé au vecteur vitesse  $\vec{V}$  du mobile  $\vec{f} = -h \vec{V}$

RFD :  $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} + \vec{T} = m \vec{a}$   
 Projection sur l'axe  $(O, \vec{i})$ :

$$-\mathbf{Kx} - h\mathbf{v} = \mathbf{ma}$$

$$\Rightarrow \mathbf{ma} + h\mathbf{v} + \mathbf{kx} = 0$$

$$\Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0$$

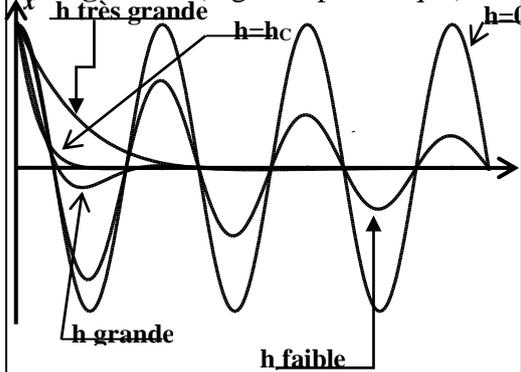
$$\Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0:$$

Equation différentielle dont la solution n'est pas sinusoïdale.

### Différents régimes d'oscillations :

\* **h : faible** : (régime pseudo périodique)

\* **h : grande** : (régime apériodique)



### Energie :

#### Energie cinétique :

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2$$

#### Energie potentielle élastique :

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2$$

Energie mécanique:

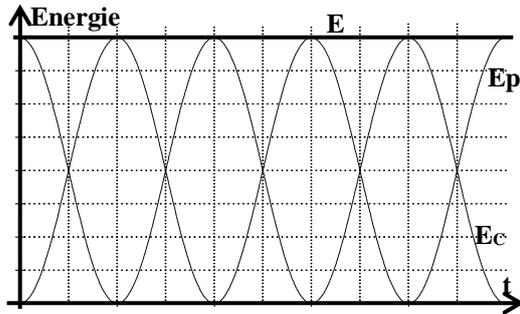
$$= \frac{1}{2} K X_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_x)$$

$$= \frac{1}{4} K X_m^2 (1 + \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x))$$

**Energie potentielle élastique :**

$$E_p = \frac{1}{2} K x^2 = \frac{1}{2} K X_m \sin^2(\omega_0 t + \varphi_x)$$

$$= \frac{1}{4} K X_m^2 (1 - \cos(2\omega_0 t + 2\varphi_x))$$



Energie mécanique:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

conservation de l'énergie:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot k \cdot x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$= V(m \frac{d^2x}{dt^2} + kx)$$

+ kx) or d'après l'équation différentielle  $\frac{d^2x}{dt^2}$

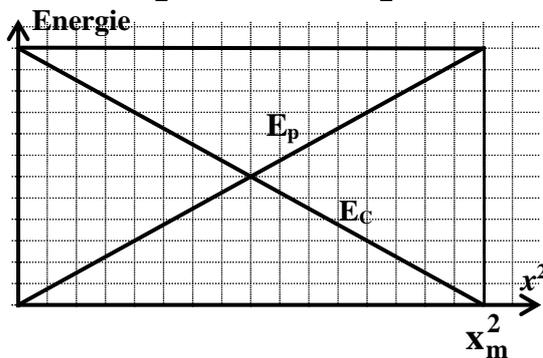
$$+ kx = 0$$

donc  $\frac{dE}{dt} = 0 \Rightarrow E = \text{Cte}$

$$E = \frac{1}{2} \cdot k \cdot V_m^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot x_m^2 \quad E = \frac{1}{2} \cdot K x_m^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot K x^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m v^2 = E - E_p = \frac{1}{2} \cdot K (x_m^2 - x^2)$$



$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} K x^2$$

conservation de l'énergie:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot m \cdot v \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot k \cdot x \cdot \frac{dx}{dt}$$

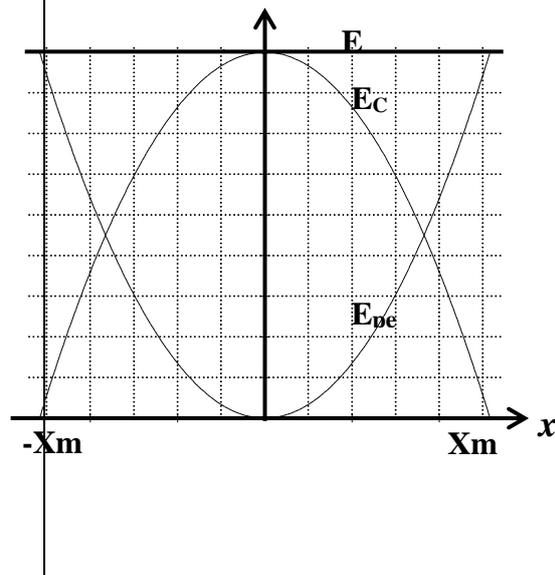
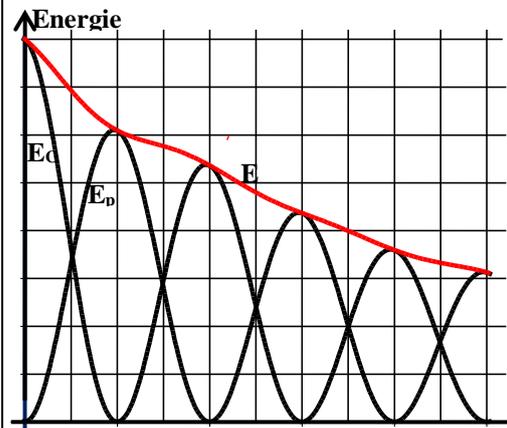
$$= V(m \frac{d^2x}{dt^2} + kx)$$

or d'après l'équation différentielle:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + kx = -hV$$

d'où  $\frac{dE}{dt} = -hV^2 < 0$

$\Rightarrow E$  n'est pas constant, elle diminue au cours du temps. Cette diminution est due aux forces de frottement.



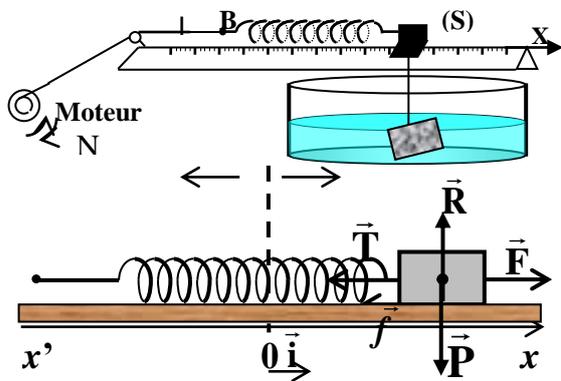
## Analogie entre un oscillateur mécanique Et un oscillateur électrique (en régime libre)

L'étude des oscillations libres d'un pendule élastique et celle d'un circuit RLC révèle une analogie formelle entre l'oscillateur mécanique et l'oscillateur électrique. Cette analogie est récapitulée dans le tableau suivant :

Oscillateur		Le pendule élastique	Le circuit RLC série
Grandeurs Caractéristiques	Coefficient d'inertie	masse <b>m</b>	Inductance <b>L</b>
	Coefficient de rappel	Raideur <b>k</b>	inverse de la capacité $\frac{1}{C}$
	Facteur dissipatif	Coefficient du frottement <b>h</b>	résistance <b>R</b>
Grandeurs oscillantes		Elongation <b>x</b>	charge <b>q</b>
		Vitesse $v = \frac{dx}{dt}$	Intensité $i = \frac{dq}{dt}$
Equation différentielle des oscillations	amorties	$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + Kx = 0$	$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$
	non amorties	$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$ Avec $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$	$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$ Avec $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
Période propre de l'oscillateur		$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$
Equation horaire des Oscillations non amorties		$x = X_m \sin(\omega_0 t + \phi_x)$ ou $V = V_m \sin(\omega_0 t + \phi_v)$	$q = Q_m \sin(\omega_0 t + \phi_q)$ ou $i = I_m \sin(\omega_0 t + \phi_i)$
Energie De L' oscillateur	Formes et Expressions Générales	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Energie potentielle: <math>E_p = \frac{1}{2} Kx^2</math></li> <li>• Energie cinétique : <math>E_c = \frac{1}{2} mv^2</math></li> <li>• Energie mécanique : <math>E = E_c + E_p = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Kx^2</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Energie électrostatique <math>= \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}</math></li> <li>*Energie magnétique : <math>E_L = \frac{1}{2} Li^2</math></li> <li>*Energie Totale : <math>E = E_c + E_L = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2</math></li> </ul>
	<b>se conserve</b>		
	Non amorti	$E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} Kx_m^2 = \frac{1}{2} mv_m^2$	$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} Li^2 = \frac{1}{2} \frac{Q_m^2}{C} = \frac{1}{2} LI_m^2$
	<b>Diminue</b>		
	amorti	$\frac{dE}{dt} = -hv^2 < 0$	$\frac{dE}{dt} = -Ri^2 < 0$

# Les oscillations mécaniques forcées en régime sinusoïdal

## Oscillateur mécanique :



$$\vec{F} = F_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_F) \vec{i}$$

$$\vec{f} = -h\vec{V}$$

### Equation différentielle en x :

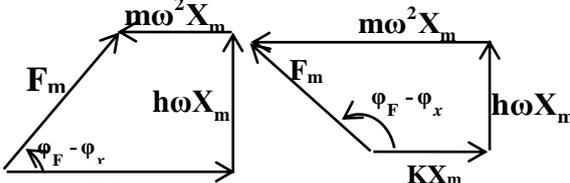
$$m \frac{d^2x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + kx = F$$

### Représentation de Fresnel :

$$x(t) = X_{\max} \sin(\omega t + \varphi_x)$$

$$\bullet \omega < \omega_0$$

$$\bullet \omega > \omega_0$$



$$\bullet \forall \omega \text{ on a:}$$

$$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \cdot \omega^2 + (K - m\omega^2)^2}}$$

$$\text{tg}(\varphi_F - \varphi_x) = \frac{h \cdot \omega}{K - m\omega^2}$$

$$0 < (\varphi_F - \varphi_x) < \pi$$

⇒ F est toujours en avance par rapport à x

### Résonance d'amplitude :

$X_m$  prend sa valeur maximale

$$\Rightarrow g(\omega)$$

$$= h^2 \cdot \omega^2$$

$$+ (K - m\omega^2)^2 \text{ est minimale}$$

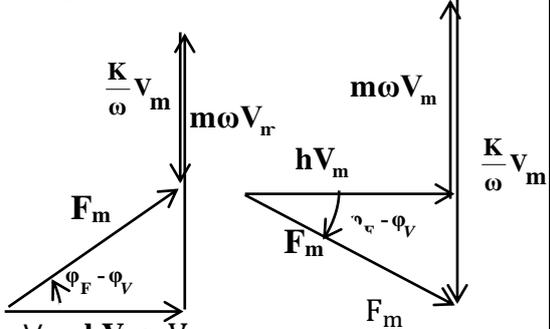
$$\Rightarrow g'(\omega) = 0 \Rightarrow \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{h^2}{2m^2}}$$

$$N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}}$$

### Equation différentielle en V :

$$m \frac{dv}{dt} + h \cdot v + K \int v \cdot dt = F$$

### Représentation de Fresnel :



$$\forall \omega \text{ on a: } V_m = \frac{h\omega F_m}{\sqrt{h^2 + (m \cdot \omega - \frac{k}{\omega})^2}}$$

$$Z = \frac{F_m}{V_m} =$$

$$\sqrt{h^2 + (m \cdot \omega - \frac{k}{\omega})^2}$$

$$\text{tg}(\varphi_F - \varphi_x) = \frac{m \cdot \omega - \frac{k}{\omega}}{h}$$

$$\cos(\varphi_F - \varphi_x) = \frac{h \cdot V_m}{F_m}$$

### Résonance de vitesse :

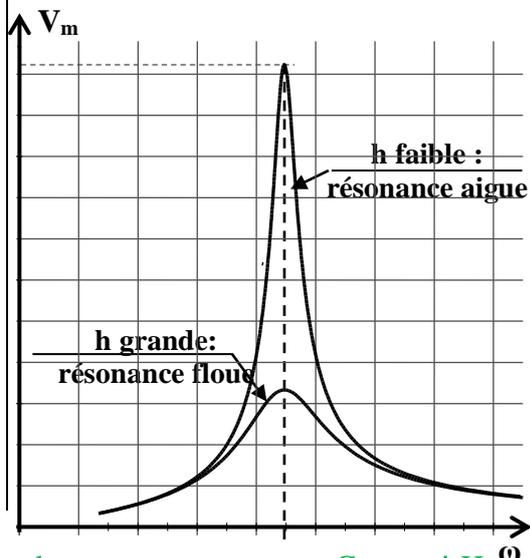
$V_m$  prend sa valeur maximale ⇒  $h^2 +$

$(m \cdot \omega - \frac{k}{\omega})^2$  est minimale ⇒

$$m \cdot \omega - \frac{k}{\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0$$

$$N = N_0$$

### - Courbe $V_m = f(\omega)$





**Analogie électrique-mécanique**  
**Résonance de vitesse et résonance de charge**

Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
$I_m = \frac{U_m}{Z}$ <p>où Z</p> $= \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$ <p>impédance électrique</p> $\text{tg}\varphi = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R} \text{ avec } \varphi = (\varphi_i - \varphi_u)$	$V_m = \frac{F_m}{Z}$ <p>où Z</p> $= \sqrt{h^2 + \left(m\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2}$ <p>impédance mécanique</p> $\text{tg}\varphi = \frac{\frac{K}{\omega} - m\omega}{R} \text{ avec } \varphi = (\varphi_v - \varphi_F)$
<p><b>Résonance d'intensité</b></p> $I_m = \frac{U_m}{R} \text{ à } N = N_0$	<p><b>Résonance de vitesse</b></p> $V_m = \frac{F_m}{h} \text{ à } N = N_0$
$Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 \cdot \omega^2 + \left(\frac{1}{C} - L\omega^2\right)^2}}$ $\text{tg}(\varphi) = \frac{R \cdot \omega}{L\omega^2 - \frac{1}{C}} \text{ avec } \varphi = \varphi_q - \varphi_u$	$X_m = \frac{F_m}{\sqrt{h^2 \cdot \omega^2 + (K - m\omega^2)^2}}$ $\text{tg}(\varphi) = \frac{h \cdot \omega}{m\omega^2 - K} \text{ avec } \varphi = \varphi_x - \varphi_F$
<p><b>Résonance de charge :</b></p> $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}}$	<p><b>Résonance d'élongation :</b></p> $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{h^2}{8\pi^2 m^2}}$
<p><b>Puissance électrique moyenne</b></p> $P = \frac{U_m I_m}{2} \cos(\Delta\varphi) \text{ avec } \Delta\varphi = \varphi_i - \varphi_u$ $\cos(\Delta\varphi) = \frac{R}{Z} \text{ et } U_m = Z \cdot I_m$ $\text{d'ou } P = \frac{1}{2} R I_m^2$	<p><b>Puissance mécanique moyenne</b></p> $P = \frac{F_m V_m}{2} \cos(\Delta\varphi) \text{ avec } \Delta\varphi = \varphi_v - \varphi_F$ $\cos(\Delta\varphi) = \frac{h}{Z} \text{ et } F_m = Z \cdot V_m$ $\text{d'ou } P = \frac{1}{2} h V_m^2$

## Propagation d'un ébranlement

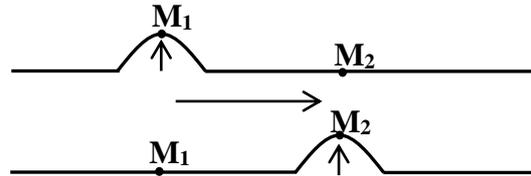
### Définition :

Ebranlement : déformation ou perturbation mécanique de courte durée.

Milieu élastique : milieu qui reprend sa forme initiale après avoir subi une déformation brève.

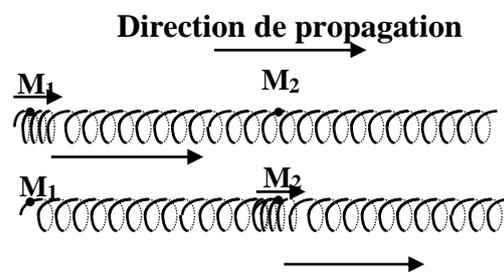
### Ebranlement transversal :

Un ébranlement est dit transversal lorsque le déplacement des points du milieu propagateur s'effectue perpendiculairement à sa direction de propagation.



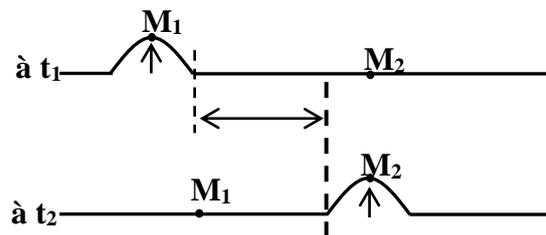
### Ebranlement longitudinal :

Un ébranlement est dit longitudinal lorsque le déplacement des points du milieu propagateur s'effectue dans la même direction que sa direction de propagation.



### Célérité d'un ébranlement

La propagation d'un ébranlement se fait avec une certaine vitesse appelée : célérité de l'ébranlement. La célérité est par définition le quotient de la distance  $d$  parcourue par l'ébranlement par la durée du parcours  $\Delta t$ .



$$v = \frac{d}{\Delta t} \text{ (en m.s}^{-1}\text{)}$$

## Les ondes progressives

### ➤ Onde mécanique progressive :

On appelle onde mécanique progressive le phénomène de propagation d'une perturbation dans un milieu matériel sans transport de matière, mais avec transport d'énergie sans réflexion.

Une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes.

➤ **Onde transversale, onde longitudinale :**

Une onde est **transversale** lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.

Une onde est **longitudinale** lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue dans la même direction que celle de la propagation.

➤ **Le principe de propagation**

Chaque point **M** du milieu reproduit le même mouvement que la source **S** après un retard  $\theta$ .

$$y_M(t) = y_S(t - \theta) \text{ avec } \theta = \frac{SM}{v}.$$

➤ **Onde progressive sinusoïdale :**

Si la perturbation de la source (S) est sinusoïdale, l'onde est dite sinusoïdale. Ainsi tout point (M) du milieu connaît la même perturbation sinusoïdale que la source avec un retard  $\theta = \frac{SM}{v}$ .

L'onde est progressive si elle se propage dans un milieu de propagation ouvert (illimité). Elle conserve la même forme au cours de son déplacement.

➤ **La double périodicité de l'onde**

▪ **La période temporelle T :**

C'est la plus courte durée au bout de laquelle un point du milieu se retrouve dans le même état vibratoire.

Elle s'exprime en seconde. Tous les points du milieu vibrent avec la même période T que la source (S).

▪ **La période spatiale ou la longueur d'onde  $\lambda$  :**

C'est la distance parcourue par l'onde avec une célérité v pendant une période T.

$$\lambda = v \cdot T \quad \left\{ \begin{array}{l} v : \text{exprimé en m} \cdot \text{s}^{-1} \\ T : \text{exprimé en s.} \\ \lambda : \text{exprimé en m} \end{array} \right.$$

➤ **Equation horaire du mouvement d'un point du milieu de propagation**

L'élongation à l'instant  $t$  d'un point (M) du milieu de propagation se trouvant à la distance  $x$  de la source S est :  $y_M(t) = y_S(t - \theta)$

Pour :  $y_S(t) = a \sin(\omega t + \varphi_S) \forall t > 0$  ;

$$y_M(t, x) = a \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_S\right).$$

Avec  $\theta$  le retard mis par l'onde pour se propager de (S) vers (M), et  $\lambda$  la longueur d'onde de l'onde.

### ➤ Cas de l'onde le long d'une corde

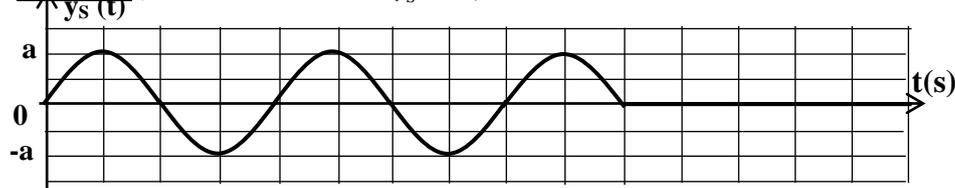
▪ Equation horaire du mouvement d'un point  $M_1$  d'abscisse  $x_1$  :

sinusoïde de temps :

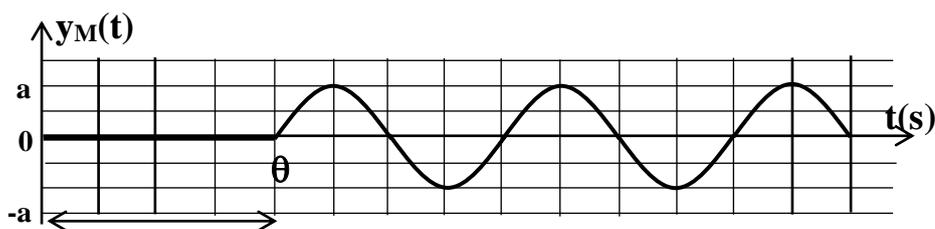
$$\begin{cases} \theta_1 = \frac{x_1}{v} \\ \varphi_{M_1} = -\frac{2\pi x_1}{\lambda} + \varphi_S \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_{M_1}(t) = a \sin(\omega t + \varphi_{M_1}) & \forall t \geq \theta_1 \\ y_M(t) = 0 & \forall 0 \leq t \leq \theta_1 \end{cases}$$

Point S (dans le cas ou  $\varphi_S = 0$ )



Point  $M_1$  :  $M_1$  commence son mouvement à l'instant  $\theta_1$  en allant dans le sens positif comme la source S



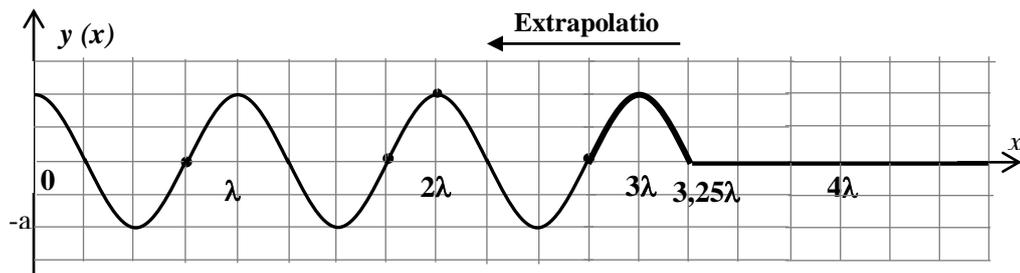
▪ Sinusoïde des espaces : l'aspect du milieu à l'instant  $t = t_1$

La distance parcourue par l'onde à l'instant  $t_1$  :  $d_1 = x_{fin} = v \cdot t_1$

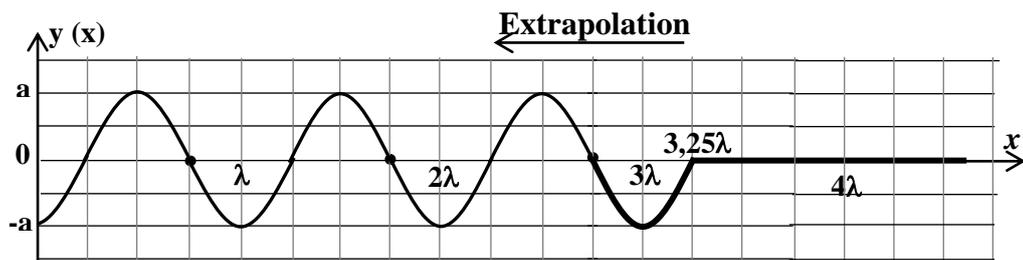
$x_{fin}$  : Abscisse du front d'onde (limite entre la partie déformée et la partie non déformée du milieu élastique).

$$\begin{cases} y_{t_1}(x) = a \sin\left(-\frac{2\pi x}{\lambda} + \omega t_1 + \varphi_S\right) & \forall 0 \leq x \leq x_{fin} \\ y_{t_1}(x) = 0 & \forall x \geq x_{fin} \end{cases}$$

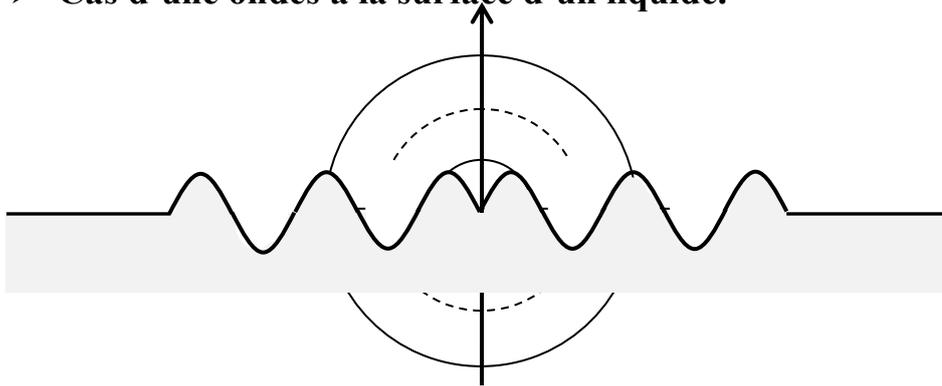
▪ Si la source S débute à l'instant  $t = 0$  par une crête ( $\varphi_S = 0$ ) l'aspect de la corde se représente à partir de  $x_{fin}$  par une crête jusqu'à S



■ Si la source **S** débute à l'instant  $t = 0$  par un creux ( $\varphi_S = \pi$ ) l'aspect de la corde se représente à partir de  $x_{\text{fin}}$  par un creux jusqu'à **S**



➤ **Cas d'une ondes à la surface d'un liquide.**



**Remarques :**

• **M et S en phase**  $\Rightarrow \varphi_S - \varphi_M = 2K\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = 2K\pi \Rightarrow x = K \cdot \lambda$

**M et S en opposition de phase**  $\Rightarrow \varphi_S - \varphi_M = (2K + 1)\pi$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = (2K + 1)\pi \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2} + K \cdot \lambda$$

**M et S en quadrature de phase**  $\Rightarrow \varphi_S - \varphi_M = \frac{\pi}{2} + K\pi$

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} + K\pi \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4} + K \cdot \frac{\lambda}{2}$$

**S en quadrature avancée de phase** par rapport à M :

$$\varphi_S - \varphi_M = \frac{2\pi}{\lambda} x = \frac{\pi}{2} + 2 \cdot K\pi \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4} + K \cdot \lambda$$

• **Vitesse d'un point  $M_1$  :**

$$y_{M_1}(t) = a \cdot \sin(\omega t + \varphi_{M_1}) \quad \forall t \geq \theta$$

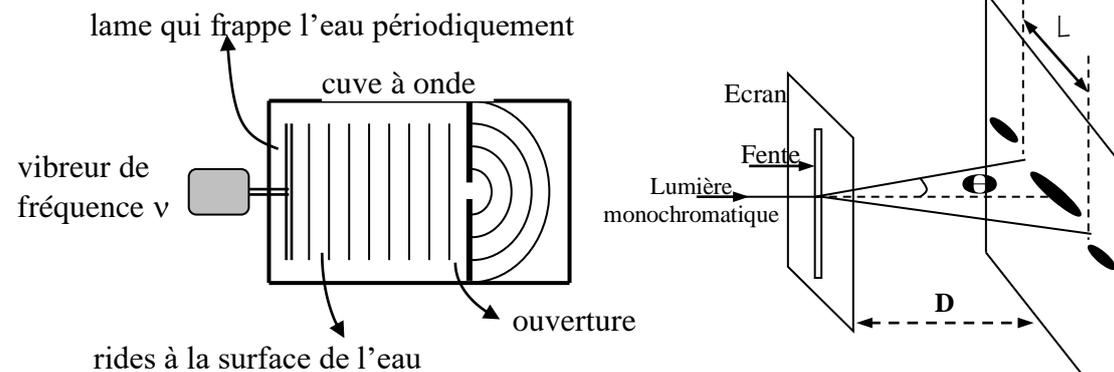
$$V_{M_1}(t) = \frac{dy_{M_1}}{dt} = a \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi_{M_1}) \quad \forall t \geq \theta.$$

Si S commence son mouvement à  $t_0 \neq 0$ , le point  $M_1$  commence son mouvement à  $\theta + t_0$  et la distance parcourue par l'onde à l'instant  $t_1$  est  $d = v \cdot \Delta t = v \cdot (t_1 - t_0)$ .

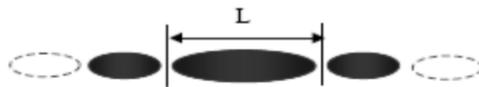
**Interaction onde-matière**  
**Diffraction, Réflexion, Réfraction, Dispersion**

**Diffraction :**

- La diffraction d'une onde est la modification de son trajet et par suite sa forme au voisinage d'une ouverture ou d'un obstacle de dimension comparables à sa longueur d'onde.
- La diffraction d'une onde se fait sans changement de sa longueur d'onde.



- La diffraction de la lumière constitue un argument expérimental pour valider le modèle ondulatoire de la lumière.



La largeur de la tache centrale de diffraction est donnée par la relation :  $L = \frac{2 \cdot D \cdot \lambda}{a}$

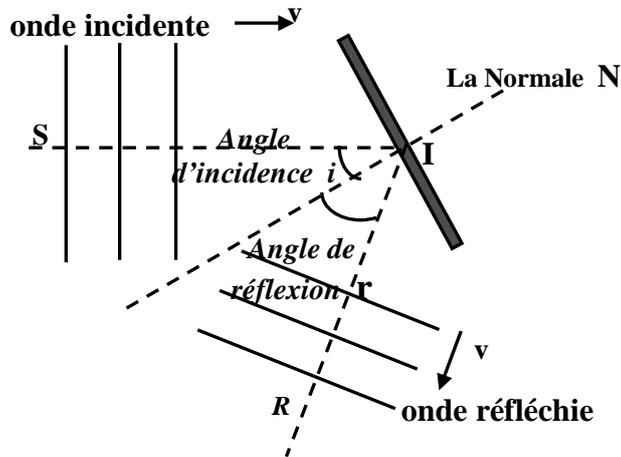
$$\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \begin{cases} \theta : \text{angle en radian} \\ \lambda : \text{longueur d'onde de l'onde} \\ a : \text{largeur de la fente en m} \end{cases}$$

- Sur l'écran, on observe une tache lumineuse centrale de largeur  $L$  nettement supérieure à la largeur  $a$  de la fente, ainsi qu'une série de taches lumineuses plus petites de part et d'autre de la tache centrale.

## Réflexion :

• Une onde mécanique, comme une onde lumineuse, peut subir le phénomène de réflexion à la rencontre d'un obstacle plan.

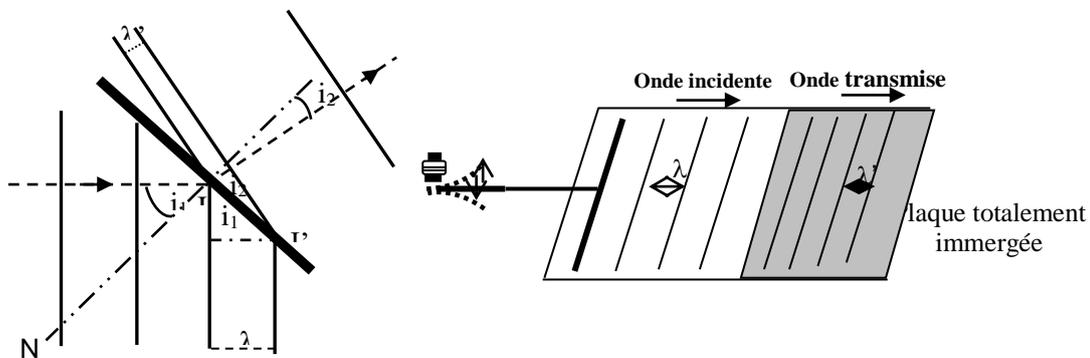
Réflexion d'une onde plane



- Loi de la réflexion (loi de Descartes) : l'angle de réflexion  $r$  est égal à l'angle d'incidence  $i$ .  $i = r$

## Réfraction :

• La réfraction d'une onde mécanique est le changement de sa longueur d'onde et de sa direction de propagation, au niveau de la surface de séparation de deux milieux de propagation.



- Loi de réfraction (loi de Descartes) :

L'angle d'incidence  $i_1$  et l'angle de réfraction  $i_2$  sont liés par la relation :  $\lambda_2 \sin(i_1) = \lambda_1 \sin(i_2)$

## Dispersion :

➤ Le phénomène de la dispersion de la lumière est la variation de sa célérité  $v$  dans un milieu transparent d'indice  $n$ , en fonction de sa fréquence  $\nu$ .

➤ On appelle milieu dispersif tout milieu dans lequel la célérité  $v$  d'une onde périodique dépend de sa fréquence.

- La décomposition de la lumière blanche par un prisme est un phénomène de dispersion.

- La couleur d'une lumière monochromatique ainsi que sa fréquence ne dépendent pas du milieu de propagation et ne

sont pas modifiées au passage d'un milieu transparent à un autre.

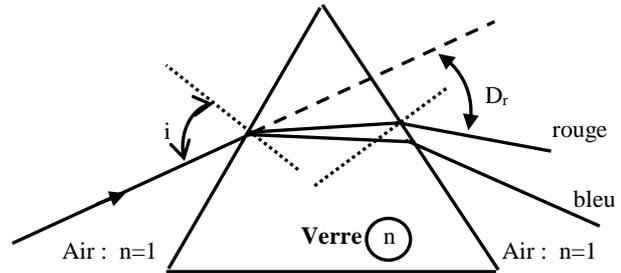
- L'indice de réfraction d'un milieu transparent est :

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda}$$

avec

- n: indice de réfraction (sans unité)
- c: célérité de la lumière dans le vide
- v: célérité de l'onde lumineuse dans le milieu transparent.
- $\lambda_0$ : longueur d'onde de l'onde lumineuse dans le vide.
- $\lambda$ : longueur d'onde de l'onde lumineuse dans le milieu transparent.

- L'indice **n** d'un milieu transparent : c'est le rapport de la célérité **c** d'une onde lumineuse monochromatique dans le vide à sa valeur **v** dans le milieu.



## Le spectre atomique

- ❖ Les atomes sont caractérisés par des spectres de raies.
- ❖ Un spectre de raies caractérise la nature de l'élément chimique qui absorbe ou émet un rayonnement particulier.
- ❖ Les spectres d'émission et d'absorption sont complémentaires puisque à une raie brillante d'émission correspond une raie sombre d'absorption.

### L'énergie d'un atome :

- ❖ L'énergie d'un atome ne peut prendre qu'un certain nombre de valeurs discrètes (discontinues).  
L'énergie de l'atome est **quantifiée**.
- ❖ Les valeurs de l'énergie de l'atome correspondent à ces niveaux d'énergies.

### Le photon :

- ❖ Une radiation lumineuse est de longueur d'onde  $\lambda$  est constituée d'un flux de particules appelées **photon**.
- ❖ Le photon ou un quantum d'énergie est une particule de masse nulle, de charge nulle, se déplaçant toujours à la vitesse :  $C = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$  et transportant une énergie donnée par :

$$W = \frac{h.c}{\lambda} = h.v \quad \text{avec} \quad \begin{cases} h \text{ est la constante de Planck} \\ v \text{ la fréquence de la radiation} \end{cases}$$

Soit aussi :  $W = \frac{1241}{\lambda}$  avec  $\lambda$  en nm et  $W$  en eV

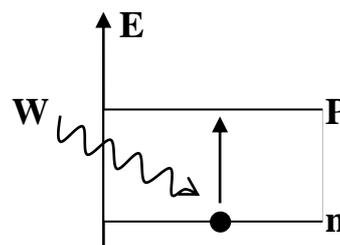
### L'hypothèse des photons (le postulat de Bohr) :

- ❖ Le niveau d'énergie  $n$  de l'atome d'**hydrogène** (ou l'énergie d'un état lié  $n$ ) est donné par :  $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$  Avec  $n$  un entier positif et  $E_0 = 13,6 \text{ eV}$ 
  - L'état  $n = 1$ , d'énergie la plus basse, est l'état **fondamental**. Les autres ( $n = 2, n = 3, \dots$ ) sont des états **excités**.
  - Lorsque l'atome d'hydrogène est **ionisé**, son énergie est **nulle ou positive**.

- ❖ En absorbant un quantum d'énergie  $W = h.v$  de valeur adéquate, l'atome passe de l'état de niveau d'énergie  $E_0$  à un autre niveau d'énergie supérieur  $E_p$ .

$$E_p - E_n = \Delta E_{n,p} = W$$

- ❖  $\Rightarrow \Delta E_{n,p} = \frac{h.c}{\lambda}$

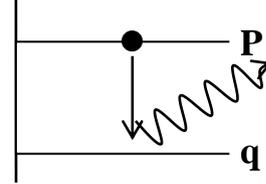


↑ E

❖ Dans l'état excité l'atome est instable, il retourne à un niveau inférieur d'énergie  $E_0$  avec émission d'un rayonnement d'énergie  $W' = h\nu'$ .

$$E_p - E_q = \Delta E_{p,q} = W'$$

$$\Rightarrow \Delta E_{p,q} = \frac{h \cdot c}{\lambda'}$$



❖ L'énergie d'ionisation de l'atome de l'hydrogène et l'énergie qu'il faut fournir à l'atome au repos et dans son état fondamental pour le dissocier en un ion et un électron sans énergie cinétique.

❖ Un photon ne peut être absorbé que si son énergie correspond de manière exacte à une différence d'énergie entre deux niveaux.

### Excitation de l'atome :

Transition de  $E_n$  à  $E_p$  (avec  $E_p > E_n$ )  $\Rightarrow$  Absorption d'une énergie  $E_p - E_n$ .

Cette énergie peut être absorbée suite à un choc avec un photon ( $W_{ph} = E_p - E_n$  exactement) ou avec un électron ( $E_c > E_p - E_n$ ).

L'**ionisation** de l'atome est une transition de l'état fondamental  $E_1$  à l'état ionisé  $E_\infty = 0$ .

$E_\infty = E_\infty - E_1 = -E_1$  est l'énergie de l'ionisation de l'atome.

L'absorption d'un photon ( $W_{ph} \geq E_i$ ) ionise l'atome (de  $E_1$  à  $E_\infty$ ) et éjecte l'électron avec  $E_c = W_{ph} - E_i$

### Désexcitation de l'atome :

Transition de  $E_n$  à  $E_p$  (avec  $E_n > E_p$ )  $\Rightarrow$  Libération d'une énergie  $E_n - E_p$  sous forme d'un photon lumineux d'énergie  $h\nu = E_n - E_p$  (ou de plusieurs photons).

- Le spectre d'émission d'un élément est l'ensemble des radiations émises par les atomes de cet élément.

- Le spectre d'absorption d'un élément chimique est le spectre continu de la lumière blanche qui lui manque les radiations absorbées par les atomes de cet élément

+ Les radiations absorbées donnent des raies noires dans le spectre d'absorption.

+ Les radiations émises donnent des raies colorées dans le spectre d'émission.

▪ Pour l'atome H, le spectre d'émission est formé de **3** séries de raies :

- La série de l'ultraviolet (de  $E_n$  à  $E_1$ ) : série de **Lyman**.

- La série de visible ( $E_n$  à  $E_2$ ) série **Balmer**

- la série de l'infrarouge (de  $E_n$  à  $E_3$  ou  $E_4$  ou  $E_5$ ) : série **Paschen**

## Les Réactions nucléaires

${}^A_ZX$  { Z : nombre de protons  
A : nombre de masse  
A-Z : nombre de neutrons

Une particule de masse m, au repos dans un référentiel donné, a une énergie de masse :  $E_0 = mC^2$ .

### Energie de liaison d'un noyau $E_L$ :

C'est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour séparer ses nucléons.

C'est aussi l'énergie qui assure la cohésion entre les nucléons d'un noyau

$$E_{LX} = \underbrace{\Delta m_x}_{\substack{\uparrow \text{Défaut de masse} \\ \text{(toujours > 0)}}} \cdot C^2$$

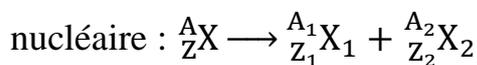
$$E_{LX} = [(Z \cdot m_p + (A-Z)m_n) - m_{\text{noyau}}] \cdot C^2$$

### Energie de liaison par nucléon:

$$E = \frac{E_L}{A}$$

Plus que **E** est grande plus que le noyau est stable.

### Energie libérée : par une réaction



- Le défaut de masse :

$$\Delta m = m_{\text{initial}} - m_{\text{final}} \quad \text{avec } \Delta m > 0$$

$$E_{\text{lib}} = \Delta m \cdot C^2$$

$$= [m(X) - (m(X_1) + m(X_2))] \cdot C^2$$

$$= E_{L_f} - E_{L_i}$$

$$= (E_L(X_1) + E_L(X_2)) - E_L(X)$$

### La radioactivité :

C'est la transformation spontanée d'un noyau en un autre plus stable avec émission d'un rayonnement.

- Les rayonnements :

$\alpha$  ( ${}^4_2\text{He}$ ) Hélium,  $\beta^-$  ( ${}^0_{-1}\text{e}$ ) électron,

### Loi de désintégration : (de

### décroissance)

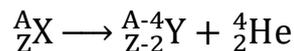
dN: nombre de noyaux désintégrés pendant dt

$\beta^+$  ( ${}^0_1\text{e}$ ) positron et  $\gamma$  photon.

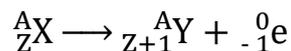
- Symboles des particules élémentaires :

${}^1_1\text{p}$  : proton       ${}^1_0\text{n}$  : neutron

- Radioactivité  $\alpha$  :

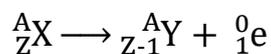


- Radioactivité  $\beta^-$  :



Origine de  ${}^0_{-1}\text{e}$  :  ${}^1_0\text{n} \longrightarrow {}^1_1\text{p} + {}^0_{-1}\text{e}$

- Radioactivité  $\beta^+$  :



Origine de  ${}^0_1\text{e}$  :  ${}^1_1\text{p} \longrightarrow {}^1_0\text{n} + {}^0_1\text{e}$

- Rayonnement  $\gamma$  : désexcitation du noyau formé :



$$dN = -\lambda \cdot N \cdot dt$$

$\left\{ \begin{array}{l} N : \text{nombre de noyaux non} \\ \text{désintégrés présent (restant)} \\ \lambda : \text{constante radioactive unité (s}^{-1}\text{)} \end{array} \right.$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda \cdot dt \Rightarrow \int \frac{dN}{N} = \int -\lambda dt$$

$$\Rightarrow \text{Ln}N = -\lambda \cdot t + C$$

$$\text{or } C = \text{Ln}N_0$$

avec  $N_0$ : nombre de noyaux à  $t = 0$

$$\text{donc } \text{Ln}N = -\lambda \cdot t + \text{Ln}N_0$$

$$\Rightarrow \text{Ln} \frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t$$

$$\Rightarrow N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} \quad \text{Période ou demi-vie}$$

**T:**

C'est la durée nécessaire pour que le nombre de noyaux initialement présent diminue de la moitié.

$$\text{à } t = 0 \quad N = N_0$$

$$\text{à } t = T \quad N = \frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot T}$$

$$\Rightarrow T = \frac{\text{Log}2}{\lambda}$$

**L'activité (A) d'une source radioactive :**

C'est le nombre de désintégration produite par seconde (unité : dés.s<sup>-1</sup>)

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ dés.s}^{-1}$$

$$A = -\frac{dN}{dt} \text{ (vitesse de désintégration)}$$

$$A = \lambda \cdot N \quad \text{à } t = 0 \quad A_0 = \lambda \cdot N_0$$

$$\text{donc } A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\Rightarrow \text{Log} \frac{A}{A_0} = -\lambda \cdot t$$

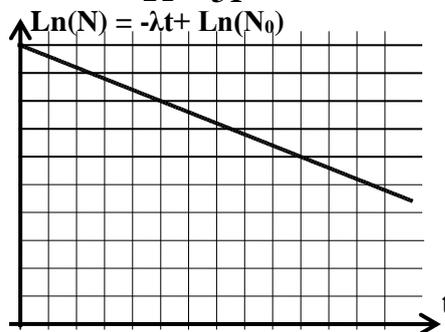
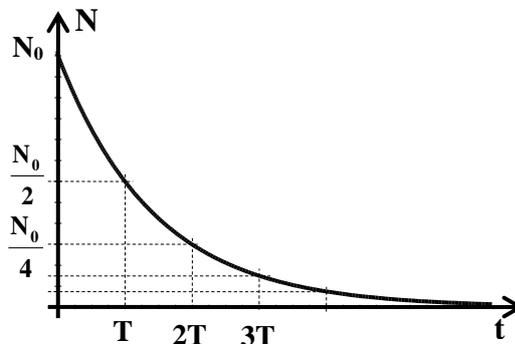
$$\Rightarrow \text{Log} \frac{N}{N_0} = -\lambda \cdot t$$

	${}^A_Z X \rightarrow {}^A_Z Y + \alpha \text{ ou } \beta$		
$t = 0$	$N_0$	$0$	$0$
$t \text{ qq}$	$N$	$N'$	$N' = N_0 - N$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

↑  
Nombre de noyaux restant à t

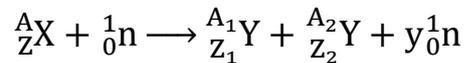
) Nombre de noyaux de X désintégré ou de Y formé



## Les Réactions nucléaires provoquées :

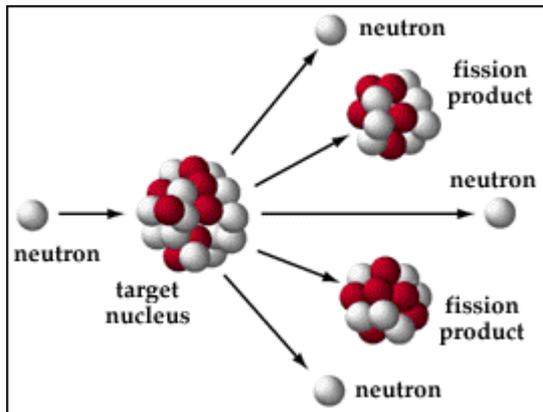
### Réactions de fission :

C'est une réaction nucléaire au cours de laquelle un noyau lourd sous l'effet d'un neutron se divise en 2 noyaux plus légers et libère 2 ou 3 autres neutrons :



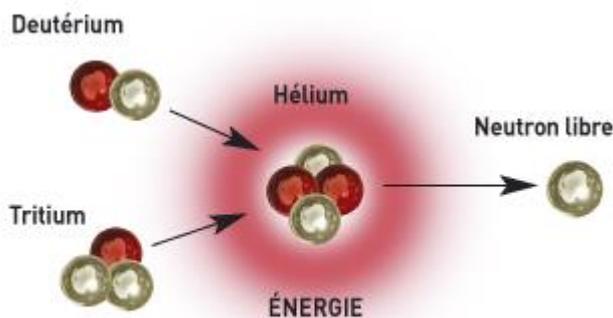
Conservation de nombre de charge :  $Z_1 + Z_2 = Z$

Conservation de nombre de masse :  $A_1 + A_2 + y = A + 1$



### Réaction de fusion :

C'est une réaction au cours de laquelle 2 noyaux légers s'unissent pour former un noyau plus lourd, elle nécessite une T très élevée de 10<sup>8</sup> K



### Calcul d'énergie :

$$E_{lib} = \Delta m \cdot c^2 = E_L (fin) - E_L (init)$$